

3100097008804

**PERANCANGAN DAN PEMBUATAN  
SISTEM PENGENDALI DIGITAL PADA  
SISTEM KEMUDI OTOMATIS  
KAPAL SELAM MODEL**

**TUGAS AKHIR**

**OLEH :**

**ARIF HERMAWAN**

**NRP. 288 220 1063**

RSE

623.812.57

Her

P-1

1996



**JURUSAN TEKNIK ELEKTRO  
FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
1996**

PERPUSTAKAAN I T S	
Tgl. Terima	24 JAN 1997
Terima Dari	H
No. Akunda Per.	1000

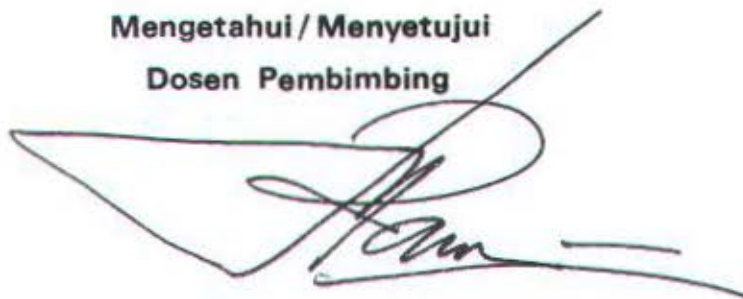
**PERANCANGAN DAN PEMBUATAN  
SISTEM PENGENDALI DIGITAL PADA  
SISTEM KEMUDI OTOMATIS  
KAPAL SELAM MODEL**

**TUGAS AKHIR**

**Diajukan Guna Memenuhi Sebagian Persyaratan  
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Teknik Elektro  
Pada**

**Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan  
Jurusan Teknik Elektro  
Fakultas Teknologi Industri  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
S u r a b a y a**

**Mengetahui / Menyetujui  
Dosen Pembimbing**



**Dr. Ir. MOCHAMMAD RAMELI**

**NIP. 130 938 507**

**SURABAYA  
AGUSTUS, 1996**

## KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penyusun panjatkan kepada Allah SWT yang telah memberi rahmat dan hidayah-Nya kepada penyusun, sehingga dapat menyelesaikan tugas akhir dengan judul :

**" PERANCANGAN DAN PEMBUATAN SISTEM PENGENDALI DIGITAL PADA SISTEM KEMUDI OTOMATIS KAPAL SELAM MODEL "**

Tugas akhir ini merupakan syarat untuk menyelesaikan studi di bidang studi teknik Sistem Pengaturan Jurusan Teknik Elektro Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Dengan selesainya tugas akhir ini penyusun mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak **Dr. Ir. Mochammad Rameli** selaku koordinator Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan Jurusan Teknik Elektro ITS dan sekaligus dosen pembimbing, yang dengan kesabarannya telah memberikan bantuan dan dukungan yang besar hingga penyusun bisa menyelesaikan tugas akhir ini.
2. Bapak **Ir. Rusdhianto Effendi, MT** atas pengarahan dan bimbingan yang telah diberikan hingga selesainya tugas akhir ini.
3. Bapak **Dr. Ir. Salehuddin**, sebagai Ketua jurusan Teknik Elektro ITS atas bantuan dan dukungan yang diberikan selama penyusun melakukan studi di jurusan Teknik Elektro.



4. Segenap Dosen Pengajar jurusan Teknik Elektro-ITS yang dengan dedikasinya yang tinggi telah menempe dan membekali penulis dengan semangat mencari ilmu.
5. Seluruh keluarga atas pengertian, kesabaran serta dorongan semangat yang diberikan kepada penyusun.
6. Seluruh rekan yang telah banyak memberikan bantuan baik secara moril dan material hingga penyusunan tugas akhir ini dapat diselesaikan.
7. Rekan-rekan bidang studi sistem pengaturan, yang tidak dapat disebutkan satu persatu disini, yang banyak membantu dan mengganggu telah memotivasi penyusun untuk menyelesaikan tugas akhir ini.

Akhirnya penyusun berharap semoga tugas akhir ini dapat memberi manfaat bagi para pembaca. Tak lupa juga penyusun mohon maaf bila terdapat kesalahan pada penulisan tugas akhir ini.

Surabaya, Agustus 1996

Penyusun



# ABSTRAK

---

Sistem pengendali gerak merupakan bagian yang paling penting dari semua sistem yang terdapat pada kapal selam.

Agar sistem pengendali gerak bisa disimulasikan dan dianalisa, maka diturunkan model matematik persamaan dinamikanya.

Model matematika yang diperoleh dipakai untuk menganalisa kestabilan dinamik kapal selam dengan menggunakan salah satu teori kontrol modern, yaitu metode ruang keadaan.

Sebelum suatu sistem pengatur diimplementasikan pada sistem kemudi otomatis model kapal selam, perlu dilakukan simulasi terlebih dahulu untuk menguji keandalan dari sistem pengatur.

Hasil simulasi yang dilakukan terhadap sistem pengatur adaptif menunjukkan bahwa sistem mampu mengikuti perubahan keluaran model dengan vektor parameter menuju konvergen, sehingga sistem pengatur adaptif tersebut dipilih untuk diimplementasikan pada sistem kemudi otomatis model kapal selam.

---

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PENGESAHAN .....	ii
KATA PENGANTAR .....	iii
ABSTRAK .....	v
DAFTAR ISI .....	vi
DAFTAR GAMBAR .....	x
DAFTAR TABEL .....	xiii
BAB I .....	
PENDAHULUAN .....	1
I.1. Latar belakang .....	1
I.2. Tujuan .....	3
I.3. Langkah pembahasan .....	3
I.4. Pembatasan masalah .....	4
I.5. Sistematika pembahasan .....	4
BAB II .....	
PERSAMAAN DINAMIKA KAPAL SELAM .....	6
II.1. Model .....	6
II.1.1. Pengertian model .....	6
II.1.2. Klasifikasi model .....	6
II.2. Metode ruang keadaan .....	8
II.3. Teori Dasar gerakan kapal selam .....	8
II.3.1. Statika .....	11
II.3.1.1. Gaya Archimedes .....	11
II.3.1.2. Cara kerja kapal selam .....	13
II.3.1.3. Stabilitas kapal selam .....	20
II.3.2. Kinematika .....	24
II.3.2.1. Sistem koordinat pada kapal selam .....	24
II.3.2.2. Transformasi koordinat .....	26

II.3.2.3. Persamaan gerak .....	30
II.3.2.4. Konfigurasi fisik kapal selam .....	33
II.3.3. Dinamika .....	37
II.3.3.1. Persamaan gerak benda tegar .....	37
II.3.3.2. Teorema gangguan kecil .....	45
II.3.3.3. Persamaan output gerak lateral .....	50
II.3.3.3.1. Analisa gerakan lateral .....	51
BAB III .....	
MODEL DISKRIT, IDENTIFIKASI SISTEM DAN PENGATUR .....	55
III.1. Struktur model stokastik .....	55
III.1.1. Model diskrit .....	55
III.1.2. Model sistem dan gangguan .....	57
III.1.3. Model regresi linier .....	59
III.2. Identifikasi sistem .....	59
III.2.1. Estimasi Rekursif Least Square .....	62
III.2.2. Metode Extended Least Square .....	70
III.2.3. Matriks Instrumental .....	71
III.2.4. Pemilihan gain adaptasi .....	73
III.2.5. Forgetting faktor .....	77
III.3. Pole placement .....	79
III.3.1. Pole placement .....	79
III.3.2. Regulasi [ perhitungan $R(q^{-1})$ dan $S(q^{-1})$ ] .....	81
III.3.3. Tracking [ perhitungan $T(q^{-1})$ ] .....	83
III.4. Tracking dan regulasi dengan obyektif-obyektif bebas .....	85
III.4.1. Struktur .....	86
III.4.2. Regulasi [ perhitungan $A(q^{-1})$ dan $B(q^{-1})$ ] .....	87
III.4.3. Tracking [ perhitungan $T(q^{-1})$ ] .....	89
III.5. Pengatur PID .....	91
III.5.1. Struktur .....	91
III.5.2. Menghitung polinomial $R(q^{-1})$ dan $S(q^{-1})$ .....	93
III.5. Metode polinomial kuadrat cost function .....	94
BAB IV .....	
SIMULASI DAN IMPLEMENTASI .....	98
IV.1. Simulasi digital gerakan kapal selam .....	98



IV.1.1. Program analisa gerak lateral .....	98
IV.2. Pembuatan sistem. ....	101
IV.2.1. Sistem selam timbul dan sistem kemudi .....	101
IV.2.2. Sistem kemudi .....	103
IV.2.3. Sistem pendorongan .....	106
IV.2.4. Sistem interkom .....	106
IV.3. Sistem pengaturan adaptif .....	107
IV.3.1. Gain schedulling .....	109
IV.3.2. Self tuning regulator .....	109
IV.3.3. Sistem pengatur adaptif model referensi .....	110
IV.3.4 Perancangan pengatur adaptif model referensi .....	112
IV.3.4.1. Pendekatan model. ....	113
IV.3.4.2. Tracking dan regulasi obyek-obyek bebas .....	113
IV.3.4.3. Struktur dan obyek sistem pengatur adaptif .....	114
IV.3.4.4. Algoritma adaptasi parameter (PAA). ....	117
IV.4. Perancangan model dan kelakuan regulasi .....	118
IV.4.1. Spesifikasi sistem .....	119
IV.4.2. Penurunan model .....	119
IV.4.3. Kelakuan regulasi $P(q^{-1})$ .....	120
IV.4.4. Perancangan estimator .....	120
IV.5. Simulasi .....	120
IV.5.1. Gain adaptasi awal $F(0)$ .....	121
IV.5.2. Gain adaptasi minimum $(F_m)$ .....	122
IV.5.3. Forgetting faktor .....	122
IV.5.4. Tuning parameter $(s)$ .....	123
IV.5.5. Vektor parameter awal $(q(0))$ .....	123
BAB V .....	
ANALISA HASIL SIMULASI DAN IMPLEMENTASI .....	126
V.1. Analisa stabilitas dan pengendalian gerak kapal selam model .....	126
V.2. Analisa stabilitas dan pengendalian gerak kapal selam model untuk perubahan parameter .....	129
V.2.1. Peninjauan perubahan massa .....	132
V.2.2. Pengaruh perubahan panjang .....	134
V.2.3. Pengaruh perubahan buoyancy .....	136

V.2.4. Pengaruh perubahan sudut rudder . . . . .	138
V.3. Analisa hasil simulasi sistem pengatur . . . . .	141
V.3.1. Simulasi dengan vektor parameter tidak diketahui . . . . .	141
V.3.2. Simulasi dengan vektor parameter konvergen diketahui . . . . .	142
V.3.3. Perbandingan dengan hasil pengatur PID . . . . .	145
BAB VI . . . . .	
PENUTUP . . . . .	148
VI.1. Kesimpulan . . . . .	148
VI.2. Saran . . . . .	149
DAFTAR PUSTAKA . . . . .	150
LAMPIRAN . . . . .	152
RIWAYAT HIDUP . . . . .	167

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Gaya Archimedes .....	11
Gambar 2.2	Kapal selam dalam kesetimbangan apung .....	14
Gambar 2.3	Penyelaman dengan menggunakan tangki negatif .....	15
Gambar 2.4	Penyelaman dengan buoyancy netral dan sudut nol .....	15
Gambar 2.5	Penyelaman dengan penambahan berat buritan .....	16
Gambar 2.6	Penyelaman dengan buoyancy netral dan sudut nol .....	17
Gambar 2.7	Penyelaman dengan berat kapal digeser kapal ke depan .....	18
Gambar 2.8	Penyelaman dengan berat dipindahkan ke tengah kapal .....	19
Gambar 2.9	Letak titik pusat berat, buoyancy dan metasenter dalam setiap fase operasi kapal selam .....	23
Gambar 2.10	Sistem koordinat body .....	24
Gambar 2.11	Sistem koordinat stabilitas .....	25
Gambar 2.12	Sistem koordinat pengukuran .....	26
Gambar 2.13	Transformasi koordinat .....	27
Gambar 2.14	Gerak relatif .....	30
Gambar 2.15	Konfigurasi fisik kapal selam .....	34
Gambar 2.16	Enam drajat kebebasan gerak kapal selam di bawah air .....	35
Gambar 2.17	Gaya pada elemen massa dari kapal selam .....	38
Gambar 2.18	Orientasi vektor gravitasi pada sistem koordinat body .....	44
Gambar 2.19	Orientasi sudut dan kecepatan dari gaya gravitasi relatif terhadap koordinat body .....	45
Gambar 3.1	Model input-output ARMAX .....	57
Gambar 3.2	Interpretasi geometrik estimator non rekursif.....	67
Gambar 3.3	Pengatur digital R-S-T.....	79
Gambar 3.4	Pembangkitan trayektori yang diinginkan $y^*(t)$ .....	83
Gambar 3.5	Penempatan pole-tracking dan regulasi .....	85
Gambar 3.6	Performansi tracking dan regulasi .....	85
Gambar 3.7	Penempatan pole-tracking dan regulasi dengan obyek - obyek bebas .....	86
Gambar 3.8	Bentuk pengatur PID digital dengan strategi R-S-T .....	92



Gambar 4.1.	Diagram alir program komputer analisa gerak lateral .....	100
Gambar 4.2.	Diagram blok pengaturan selam timbul .....	102
Gambar 4.3.	Proses penyelaman .....	102
Gambar 4.4.	Proses pengapungan .....	102
Gambar 4.5.	Rangkaian sensor air .....	103
Gambar 4.6.	Sistem kemudi otomatis kapal selam .....	104
Gambar 4.7.	Gyro kompas .....	105
Gambar 4.8.	Diagram blok sistem pengendali gerakan yawing .....	105
Gambar 4.9.	Diagram blok sistem pengendali gerak jauh .....	107
Gambar 4.10.	Diagram blok dari plant yang dikendalikan .....	107
Gambar 4.11.	Gain schedulling .....	109
Gambar 4.12.	Self tuning regulator .....	110
Gambar 4.13.	Pengatur adaptif eksplisit model refererens .....	111
Gambar 4.14.	Pengatur adaptif implisit model refererens .....	112
Gambar 4.15.	Tracking dan regulasi obyek-obyek bebas .....	115
Gambar 4.16.	Sistem pengatur adaptif model referens .....	117
Gambar 4.17.	Diagram alir simulasi perancangan pengatur adaptif eksplisit MRAC .....	124
Gambar 4.18.	Diagram alir implementasi pengatur adaptif eksplisit MRAC .....	125
Gambar 5.1.	Respon kecepatan side slip(v) terhadap waktu (t) .....	127
Gambar 5.2.	Respon kecepatan sudut yawing(r) terhadap waktu (t) .....	128
Gambar 5.3.	Respon kecepatan sudut rolling(p) terhadap waktu (t) .....	128
Gambar 5.4.	Respon kecepatan side slip(v) terhadap perubahan massa .....	131
Gambar 5.5.	Respon kecepatan sudut yawing(r) terhadap perubahan massa.....	131
Gambar 5.6.	Respon kecepatan sudut rolling(p) terhadap perubahan massa.....	132
Gambar 5.7.	Respon kecepatan side slip(v) terhadap perubahan panjang .....	134
Gambar 5.8.	Respon kecepatan sudut yawing(r) terhadap perubahan panjang.....	135
Gambar 5.9.	Respon kecepatan sudut rolling(p) terhadap perubahan panjang.....	135
Gambar 5.10.	Respon kecepatan side slip(v) terhadap perubahan buoyancy.....	136

Gambar 5.11.	Respon kecepatan sudut yawing( $r$ ) terhadap perubahan buoyancy.....	137
Gambar 5.12.	Respon kecepatan sudut rolling( $p$ ) terhadap perubahan buoyancy.....	137
Gambar 5.13.	Respon kecepatan side slip( $v$ ) terhadap perubahan sudut kemudi.....	138
Gambar 5.14.	Respon kecepatan sudut yawing( $r$ ) terhadap perubahan sudut kemudi.....	139
Gambar 5.15.	Respon kecepatan sudut rolling( $p$ ) terhadap perubahan sudut kemudi.....	139
Gambar 5.16.a.	Keluaran hasil simulasi pengatur MRAC dengan asumsi vektor parameter tidak konvergen.....	142
Gambar 5.16.b.	Sinyal kendali hasil simulasi pengatur MRAC dengan asumsi vektor parameter tidak konvergen.....	142
Gambar 5.16.c.	Vektor parameter hasil simulasi pengatur MRAC dengan asumsi vektor parameter tidak konvergen.....	142
Gambar 5.17.a.	Keluaran hasil simulasi pengatur MRAC dengan asumsi vektor parameter konvergen.....	144
Gambar 5.17.b.	Sinyal kendali hasil simulasi pengatur MRAC dengan asumsi vektor parameter konvergen.....	144
Gambar 5.17.c.	Vektor parameter hasil simulasi pengatur MRAC dengan asumsi vektor parameter konvergen.....	144
Gambar 5.18.a.	Sinyal output hasil simulasi PID.....	145
Gambar 5.18.b.	Sinyal kendali hasil simulasi PID.....	146
Gambar 5.19.	Diagram alir simulasi pengatur digital PID.....	147

## DAFTAR TABEL

Tabel 5.1	Eigenvalue untuk parameter tetap kapal selam
Tabel 5.2	Tabel perubahan parameter
Tabel 5.3	Perhitungan eigenvalue untuk perubahan parameter



## **BAB I**

### **PENDAHULUAN**

#### **I.1. Latar belakang.**

Kapal selam adalah suatu wahana yang beroperasi dengan cara yang amat khusus, menyelam di bawah permukaan, bermanuver di dalam air, dan timbul di atas permukaan sesuai pengendalian komandan kapal. Pada umumnya kapal selam dibuat untuk kepentingan militer suatu negara, yang dapat ditugaskan untuk penyerangan maupun mempertahankan diri dalam suatu peperangan di laut. Sebagaimana produk dari teknologi militer, kapal selam mempunyai nilai strategis, sehingga kerahasiannya sangat dijaga. Dengan demikian proses alih teknologinya ke negara-negara lain berjalan agak lamban dibanding dengan produk-produk nonmiliter.

Mengingat kondisi geografis Indonesia berupa negara kepulauan, yang mempunyai komposisi dan konfigurasi yang rawan sebagai tempat berkeliaran dan persembunyian kapal selam asing yang ditempatkan tersebar di sekitar samudera Indonesia dan Pasifik, maka penguasaan teknologi pembuatan kapal selam sangat penting bagi pertahanan dan keamanan laut Indonesia. Untuk menguasai teknologi pembuatan kapal selam, mulai dari tahap perancangan sampai tahap produksi, perlu dilakukan penelitian dan pengumpulan informasi yang intensif mengenai berbagai disiplin ilmu dan teknik yang terkait. Salah satu disiplin ilmu yang memegang peranan menentukan adalah teknik kontrol otomatis.

Untuk menggambarkan fungsi dan cara kerja sistem pengendalian pada kapal selam, maka pada tugas akhir ini akan dirancang dan dibuat sebuah model fisik dari kapal selam. Dalam proses perancangan kapal selam, tahap yang paling menentukan adalah analisa stabilitas dan pengendaliannya. Analisa ini mutlak perlu, karena sebelum model dibuat, apalagi sebelum pengujian terhadap model dilakukan, perlu adanya keyakinan bahwa kapal selam tersebut stabil dan dapat dikendalikan. Hal ini dilakukan dengan maksud untuk menghindari atau mengurangi kemungkinan gagal, karena biaya pembuatan model relatif mahal. Oleh karena itu diperlukan cara atau alat analisa yang keandalannya cukup tinggi, biaya relatif rendah, cepat, luwes dan mudah. Alat untuk menganalisa kestabilan dinamik dan sistem pengendalian gerak kapal selam tersebut dibuat dengan menerapkan teori sistem pengendalian modern melalui metode ruang keadaan yang perhitungannya dapat dilakukan dengan komputer digital. Hasil analisa yang memenuhi syarat untuk kriteria penampilan yang diinginkan, akan digunakan untuk membuat model fisik kapal selam.

Selanjutnya untuk menguji penampilan dinamis sistem pengendalian posisi dari model kapal selam tersebut terhadap gangguan secara 'ON - line', perlu ditambahkan komponen pengatur. Banyak metode yang digunakan untuk merancang sebuah pengatur, satu diantaranya adalah sistem pengaturan adaptif. Sistem pengaturan adaptif mampu mengukur sendiri karakteristik proses yang dikontrol dan sekaligus memodifikasikan parameter-parameter pengatur atas dasar pengukuran tersebut, sehingga penampilan sistem selalu optimum.

## I.2. Tujuan.

Tujuan yang ingin dicapai dalam tugas akhir ini adalah :

1. Merancang perangkat lunak untuk membantu analisa kestabilan dinamik sebuah model fisik kapal selam.
2. Merancang suatu sistem pengatur yang secara kontinyu dapat mempertahankan kinerja sistem yang diinginkan terhadap gangguan atau noise yang terjadi. Selanjutnya sistem pengatur tersebut diimplementasikan pada sistem kemudi otomatis kapal selam model.

## I.3. Langkah pembahasan.

Tugas akhir ini akan dibahas dengan mengikuti langkah-langkah sebagai berikut :

1. Menurunkan model matematis sistem pengendalian gerak kapal selam secara fisik dan menganalisa kestabilan dinamiknya, lalu mensimulasikannya dengan komputer.
2. Menurunkan model matematis diskrit sistem kemudi otomatis kapal selam secara '*blackbox*' dan menganalisa kelakuan regulasinya.
3. Merancang pengatur linier.
4. Mensimulasikan dan implementasi.



#### **I.4. Pembatasan masalah.**

Perancangan pada tugas akhir ini dilakukan dengan batasan-batasan berikut

1. Kapal selam dianggap sebagai benda tegar.
2. Model kapal selam dioperasikan pada perairan yang tenang dan gerakan yang dianalisa hanya gerakan *yawing* terhadap perubahan kedalaman penyelaman.
3. Sistem adalah linear, deterministik dan tidak berubah terhadap waktu.
4. Model diskrit diturunkan dengan mengasumsikan sistem kemudi otomatis kapal selam adalah SISO (*Single Input Single Output*).

#### **I.5. Sistematika pembahasan.**

Untuk memudahkan pembahasan pada tugas akhir ini dengan batasan-batasan seperti di atas, maka sistematika pembahasannya disusun seperti berikut :

### **BAB I. PENDAHULUAN**

Bab ini berisi tentang latar belakang permasalahan, tujuan tugas akhir, pembatasan masalah dan langkah-langkah pembahasan tugas akhir.

### **BAB II. PERSAMAAN DINAMIKA KAPAL SELAM.**

Bab ini membahas tentang penurunan model matematik sistem pengendalian gerak kapal selam secara fisik, dan analisa kestabilan dinamiknya dengan metode ruang keadaan.

### **BAB III. MODEL DISKRIT, IDENTIFIKASI SISTEM DAN PENGATUR**

Bab ini membahas tentang model matematika dari sistem dengan metode 'blackbox', metode identifikasi sistem, pemilihan gain adaptasi, pole placement, tracking, dan regulasi dengan obyek-obyek bebas, PID dan minimisasi kuadrat *cost function*.

### **BAB IV. SIMULASI DAN IMPLEMENTASI**

Bab ini akan membahas algoritma program untuk mensimulasikan kestabilan dinamik sistem pengendalian gerak kapal selam, serta perancangan sistem pengatur adaptif yang akan diimplementasikan pada sistem kemudi otomatis kapal selam model.

### **BAB V. ANALISA HASIL SIMULASI DAN IMPLEMENTASI**

Bab ini berisi analisa hasil simulasi dan implementasi sistem pengatur adaptif pada sistem kemudi otomatis kapal selam model terhadap perubahan input dan perubahan kedalaman selam.

### **BAB VI. PENUTUP**

Bagian terakhir dari buku tugas akhir ini yang berisi kesimpulan dan saran-saran untuk pengembangan lebih lanjut.

## BAB II

### PERSAMAAN DINAMIKA

### KAPAL SELAM

#### II.1. Model.

##### II.1.1. Pengertian model.

Dalam merancang suatu sistem pengaturan, informasi mengenai perilaku sistem yang akan diatur harus diketahui terlebih dahulu. Oleh karena itu sebelum melakukan perancangan, langkah awal yang dilakukan adalah menyusun model dari sistem yang akan diatur.

Model itu sendiri didefinisikan sebagai representasi dari aspek-aspek sistem yang ada atau sistem yang akan dibangun yang dapat menyajikan informasi tentang sistem tersebut dalam bentuk yang dapat digunakan<sup>1)</sup>. Sedangkan dalam kaitannya dengan identifikasi model sistem dapat didefinisikan sebagai aturan untuk mengestimasi output berdasarkan input yang dieksitasikan pada sistem.

##### II.1.2. Klasifikasi model

Model dapat diklasifikasikan menjadi dua, yaitu model fisik dan model abstrak. Model fisik adalah tiruan dari sistem sebenarnya yang disesuaikan dengan fungsi dan cara kerja sistem namun dalam bentuk yang mini. Model kapal selam merupakan contoh dari model fisik.

Model abstrak adalah model yang berupa simbol-simbol, grafik, model verbal ataupun dalam bentuk persamaan matematik. Model grafik disajikan dalam bentuk gambar, model verbal disajikan dalam suatu

---

<sup>1)</sup> Eykhoff, Pieter, SYSTEM IDENTIFICATION PARAMETER AND STATE ESTIMATION, John Wiley and Sons, Toronto, 1987, hal 1.



keterangan tertulis. Sedangkan model matematik adalah representasi sistem yang disajikan dalam persamaan, yang diturunkan baik berdasarkan data input output maupun hukum-hukum fisika dan hukum-hukum ilmu dasar lainnya. Karena model matematik tidak menimbulkan penafsiran yang bermacam-macam dan mempunyai struktur logika yang jelas, maka model matematik sering dipakai untuk menganalisa suatu sistem.

Model matematik dapat dibagi lagi menjadi model *deterministik* dan model *stokastik*. Model dikatakan *deterministik* jika parameter modelnya (output) dapat dihitung secara tepat dengan diketahuinya harga-harga parameter inputnya.

Model *stokastik* jika parameter output model tidak dapat dihitung secara tepat sebab adanya unsur random dalam parameter-parameter model yang mempunyai distribusi tertentu.

Selain itu model matematik dapat dibagi lagi menjadi model kontinyu dan model diskrit. Pada model kontinyu, variabel keadaannya berubah secara kontinyu terhadap waktu. Sedangkan pada model diskrit perubahan keadaannya berubah sesuai dengan saat pengambilan sampel.

Secara umum ada dua cara untuk memperoleh model sistem, yaitu :

**Cara pertama,**

dengan pengukuran secara langsung terhadap parameter model yang dapat dilakukan apabila struktur model sistem telah diketahui. Dengan demikian, model sistem dapat diketahui apabila parameter sistem dapat dihitung.

**Cara kedua,**

dengan metode kotak hitam yang dapat dilakukan apabila struktur

model atau rangkaian pengganti sistem tidak diketahui. Dengan cara ini, sebuah sinyal standar diberikan sebagai masukan sistem, kemudian diamati keluarannya. Dari hubungan masukan dan keluaran maka dapat diketahui model sistemnya.

Dalam penelitian pada Tugas Akhir ini kedua cara tersebut diatas akan dipergunakan. Untuk mendapatkan model matematika dari gerak kapal selam digunakan cara pertama. Model diturunkan berdasarkan persamaan-persamaan fisis yang berkaitan dengan dinamika kapal selam. Selanjutnya dari model tersebut dilakukan analisa kestabilan dinamik sistem pengendalian gerak kapal selam dengan memanfaatkan metode ruang keadaan. Sedangkan cara kedua akan digunakan untuk mengetahui perilaku dari sistem kemudi otomatis kapal selam pada saat dijalankan.

## II.2. Metode ruang keadaan.

Persamaan ruang keadaan untuk sistem linear dan time invariant, dapat disajikan dalam bentuk :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \mathbf{x}\end{aligned}\tag{2.1}$$

dimana :  $\mathbf{x}$  = perubah keadaan atau vektor keadaan.

$\mathbf{u}$  = perubah pengendali atau vektor pengendali.

$\mathbf{A}$  = matriks koefisien perubah keadaan.

$\mathbf{B}$  = matriks koefisien perubah pengendali.

$\mathbf{C}$  = matriks koefisien perubah keluaran.

$\mathbf{y}$  = perubah keluaran.

Salah satu metode untuk menyelesaikan persamaan ruang keadaan adalah dengan transformasi Laplace. Dengan demikian persamaan ruang keadaan diatas melalui transformasi Laplace dapat diturunkan sebagai berikut :

$$s X(s) - X(0) = A X(s) + B U(s) \quad (2.2)$$

dan selanjutnya,

$$(sI - A) X(s) = B U(s) + X(0) \quad (2.3)$$

$$X(s) = (sI - A)^{-1} B U(s) + (sI - A)^{-1} X(0) \quad (2.4)$$

Jika keadaan awal,  $X(0) = 0$ , maka persamaan akan menjadi :

$$X(s) = (sI - A)^{-1} B U(s) \quad (2.5)$$

Persamaan (2.4) merupakan persamaan respon frekwensi dari sistem. Adapun respon waktunya diperoleh dengan mendapatkan invers persamaan sebagai berikut :

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1} (sI - A)^{-1} B U(s) \quad (2.6)$$

dimana :

$$(sI - A)^{-1} = \text{matriks resolvent.}$$

$$(sI - A)^{-1} B = \text{matriks transfer.}$$



Persamaan karakteristik sistem diperoleh melalui persamaan :

$$\det (sI - A)^{-1} = 0 \quad (2.7)$$

dan dari persamaan karakteristik ini selanjutnya akan diperoleh eigenvalue-eigenvalue sistem. Sistem akan stabil jika harga eigen value bagian real adalah negatif.

### II.3. Teori dasar gerakan kapal selam.

Dasar untuk analisa, komputasi dan simulasi gerakan tidak tetap kapal selam adalah model matematis dari wahana dan sistem-sistem subsidernya yaitu persamaan gerak. Pada langkah pertama akan diasumsikan wahana tersebut sebagai suatu benda tegar. Walaupun secara umum tidak dapat ditolak suatu fakta dari situasi nyata, bahwa kapal selam tersebut dapat dideformasi dan mengandung subsistem yang berartikulasi dan berputar seperti permukaan kontrol dan mesin, serta pergerakan aliran air yang dipompa ke dalam tangki kapal selam pada saat menyelam, sehingga gaya-gaya luar dan kopling yang bekerja pada kapal selam merupakan fungsi umum yang rumit dari geometri wahana dan gerakannya. Tetapi hal tersebut diatas dapat diabaikan dibandingkan dengan ketegaran dimensi kapal selam secara keseluruhan.

Asumsi selanjutnya adalah menganggap daerah beroperasinya kapal selam tanpa gangguan luar yang besar (aliran fluida tidak berturbolensi dengan kuat), sehingga gaya dan momen yang bekerja pada kapal selam hanya reaksi hidrodinamik (mencakup gaya propulsi), gaya angkat (bouyancy), dan gaya berat.



### II.3.1. Statika.

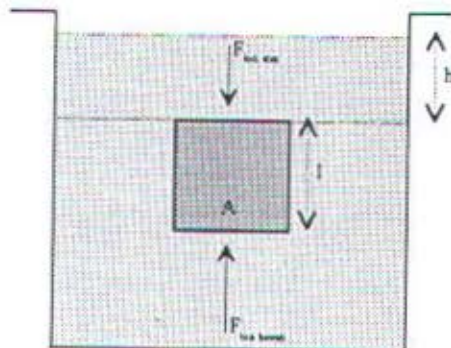
#### II.3.1.1. Gaya Archimedes.

Kapal selam melakukan operasinya, mengapung dan menyelam, dengan mengikuti salah satu kaidah yang berlaku di alam semesta ini, yaitu yang dikenal dengan *Hukum Archimedes*.

Hukum Archimedes berbunyi :

*" Sebuah benda yang dicelupkan ke dalam zat cair, mendapat gaya ke atas yang besarnya sama dengan berat zat cair yang dipindahkan oleh benda itu."*

Hukum Archimedes dijelaskan oleh gambar 2.1 berikut :



Gambar 2.1 Gaya Archimedes

Jika suatu benda berbentuk kotak dan di udara mempunyai berat  $G$ , dimasukkan ke dalam suatu tempat yang berisi zat cair, maka benda tersebut akan mendapat tekanan dari segala arah oleh zat cair. Gaya tekan pada sisi-sisi vertikal saling meniadakan, sehingga resultan gaya hanya dipengaruhi oleh gaya-gaya yang bekerja pada bidang-bidang horisontal, yaitu bidang atas dan bidang bawah. Gaya pada bidang atas

(gaya ke bawah) sama dengan berat zat cair yang berada di atas bidang atas kotak, yaitu :

$$F_{\text{bidang atas}} = \rho_{\text{zat cair}} \cdot V_{\text{atas}} g = \rho_{\text{zat cair}} A \cdot h \cdot g \quad (2.8)$$

sedangkan gaya pada bidang bawah (gaya ke atas) sama dengan berat zat cair yang berada diatas bidang bawah kotak, yaitu :

$$F_{\text{bidang bawah}} = \rho_{\text{zat cair}} \cdot V_{\text{bawah}} g = \rho_{\text{zat cair}} A \cdot (h + l) \cdot g \quad (2.9)$$

dimana :  $\rho_{\text{zat cair}}$  : massa jenis zat cair.

$V_{\text{atas}}$  : volume zat cair di atas bidang atas.

$V_{\text{bawah}}$  : volume zat cair di atas bidang bawah.

$A$  : luas alas benda tercelup.

$l$  : panjang sisi benda.

$h$  : tinggi zat cair yang menekan bidang atas.

$g$  : percepatan gravitasi.

sehingga resultan gaya pada kotak adalah :

$$\begin{aligned} \Sigma F &= F_{\text{bidang bawah}} - F_{\text{bidang atas}} \\ &= \rho_{\text{zat cair}} A \cdot (h + l) \cdot g - \rho_{\text{zat cair}} A \cdot h \cdot g \\ &= \rho_{\text{zat cair}} A \cdot l \cdot g \\ &= \rho_{\text{zat cair}} V_{\text{kotak}} g \end{aligned} \quad (2.10)$$

Resultan gaya inilah yang disebut gaya Archimedes dan arahnya ke atas. Jadi gaya ke atas yang dialami oleh sebuah benda di dalam zat cair tidak bergantung pada berat benda tersebut, tetapi hanya bergantung pada



volume benda dan berat jenis zat cair dimana benda tersebut dicelupkan. Meskipun berat benda tidak berubah, tetapi di dalam zat cair, benda tersebut menjadi lebih ringan karena gaya Archimedes, sehingga beratnya menjadi :

$$W = G - F_{\text{ARCHIMEDES}} \quad (2.11)$$

Nilai  $W$  ini menentukan posisi benda di dalam zat cair. Dalam hal ini terdapat tiga kemungkinan, yaitu :

$W < F_{\text{ARCHIMEDES}}$	benda mengapung.
$W = F_{\text{ARCHIMEDES}}$	benda melayang.
$W > F_{\text{ARCHIMEDES}}$	benda tenggelam.

Fenomena seperti di atas ditiru oleh kapal selam. Kapal selam dirancang sedemikian rupa sehingga pada saat tangki pemberat pokok dalam keadaan kosong,  $W < F_{\text{ARCHIMEDES}}$ , sehingga kapal selam mengapung. Apabila ingin menyelam maka tangki pemberat pokok diisi oleh air, hingga  $W$  bertambah sampai  $W = F_{\text{ARCHIMEDES}}$ . Pada keadaan ini kapal selam melayang dan dengan pendorongan baling-baling bergerak di dalam air.

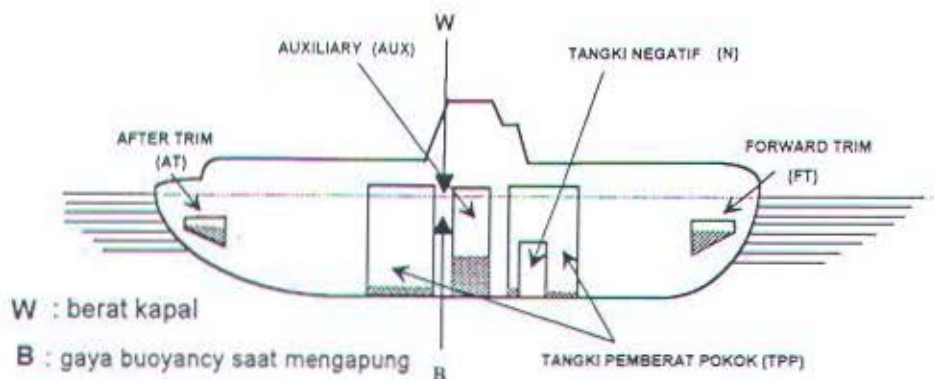
#### II.3.1.2. Cara kerja kapal selam.

Apabila kapal selam dipotong secara membujur sepanjang *body*nya, maka di dalam kapal selam akan tampak dua buah tangki pemberat pokok (TPP), tangki negatif (N), tangki pembantu (auxiliary), tangki penyetimbang depan (forward trim tank) dan tangki

penyetimbang buritan (after trim tank). Pengendalian penyelaman kapal dilakukan dengan cara menggeser, menambah, dan memindahkan berat, yaitu dengan menggerakkan air dengan pompa dan tekanan udara melalui pipa-pipa pengatur (manifold) ke tempat yang diinginkan.

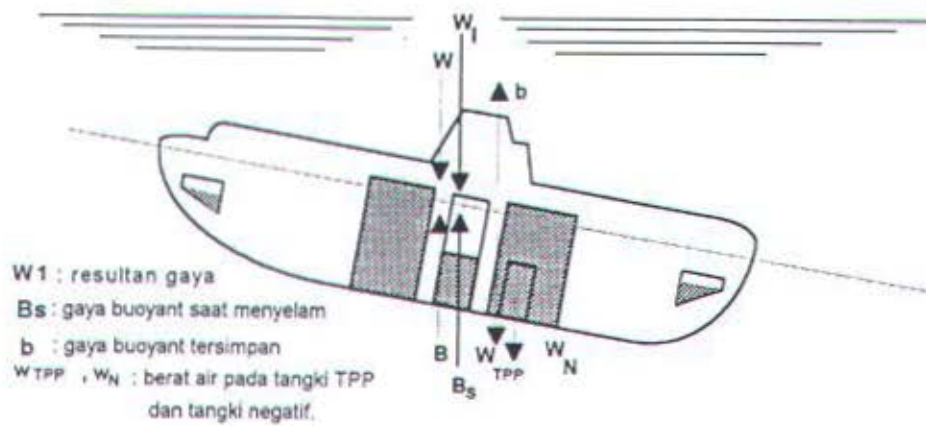
Prosesnya digambarkan sebagai berikut :

- a. Gambar 2.2 menunjukkan kapal selam sedang mengapung, bagian yang tersembul di permukaan dipengaruhi oleh jumlah air di dalam tangki pemberat pokok. Tangki pembantu (auxiliary tank) dan tangki penyetimbang terisi sebagian.



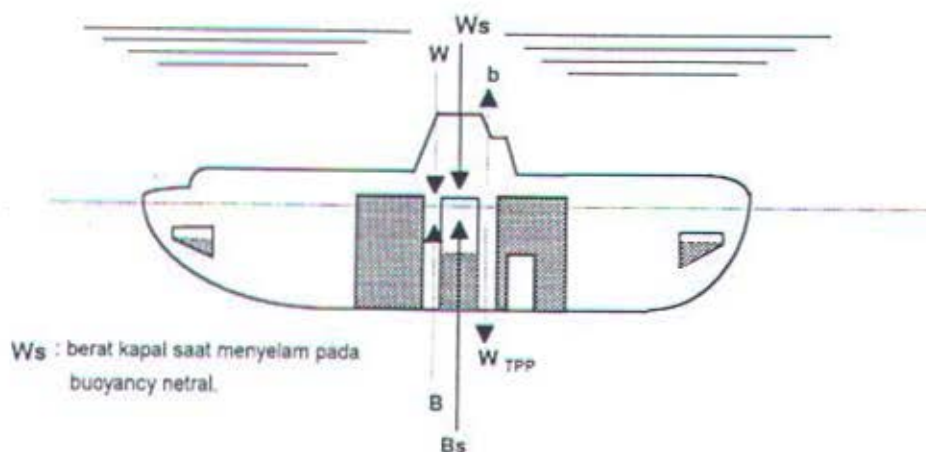
**Gambar 2.2 Kapal selam dalam kesetimbangan apung.**

- b. Apabila tangki pemberat pokok terisi, kapal selam akan melayang, sejajar permukaan air. Keadaan ini disebut penyelaman dengan buoyancy netral, dimana kesetimbangan tidak berubah dan bersudut nol terhadap garis sejajar permukaan. Penyelaman lebih dalam dilakukan dengan mengisi tangki negatif, sehingga kapal selam membentuk sudut tukik awal (buoyancy negatif)



Gambar 2.3 Penyelaman dengan menggunakan tangki negatif

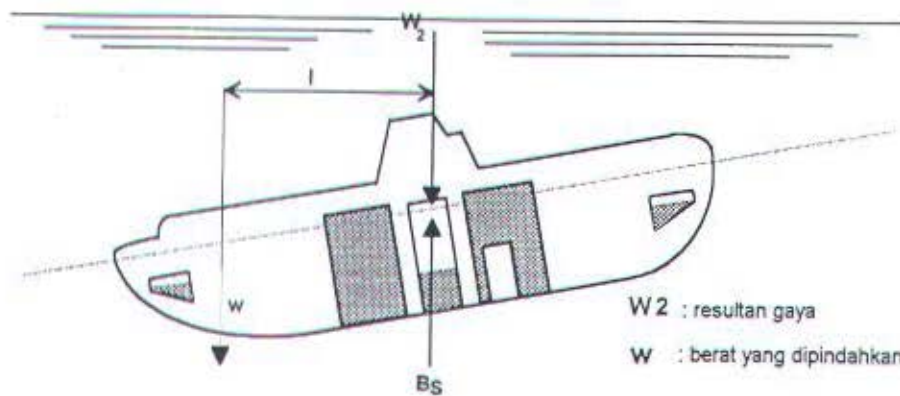
- c. Jika air di dalam tangki negatif dikeluarkan, kapal berhenti tenggelam dan kembali pada buoyancy netral. Keadaan ini disebut "*kesetimbangan akhir*". Perlu diperhatikan bahwa selama kapal menyelam letak  $B_s$  tetap. Dan harga  $B_s$  juga tetap selama rapat jenis air tidak berubah.



Gambar 2.4 Penyelaman dengan buoyancy netral dan sudut nol



- d. Seandainya sejumlah berat  $w$  ditambahkan pada buritan dari pusat buoyancy, resultan gaya  $W_2$  menjadi lebih besar daripada  $B_S$ , sehingga mulai bergeser dari garis gaya  $B_S$ . Hal ini mengharuskan stern plane beraksi untuk menyeimbangkan  $W_2$  dan  $B_S$  agar kembali segaris vertikal. Sebab selama  $W_2$  lebih besar daripada  $B_S$  kapal selam akan mempunyai buoyancy negatif atau tenggelam. Keadaan ini disebut sebagai "*berat keseluruhan adalah berat buritan*".



Gambar 2.5 Penyelaman dengan penambahan berat buritan

- e. Untuk mengoreksi keadaan diatas, maka dipasang tiga tangki tambahan, yaitu: tangki penyetimbang depan (FT), tangki pembantu (Aux) dan tangki penyetimbang buritan (AT). Tiga tangki ini berisi sejumlah air yang beratnya sudah termasuk dalam berat kapal  $W_S$ , dan berkaitan dengan sistem penyetimbangan kapal selam. Tiga tangki ini biasa disebut tangki pemberat variabel dan mempunyai dua fungsi :
1. Mengkompensasi perubahan momen kesetimbangan, yaitu menjaga  $W_S$  dan  $B_S$  tetap sama, sehingga kapal selam tetap setimbang
  2. Mengkompensasi penambahan atau pemindahan berat keseluruhan.

Agar dapat mengkompensasi keadaan " berat keseluruhan adalah berat buritan ", maka perlu :

1. Memindahkan momen penyetimbang buritan.
2. Mengurangi berat kapal sehingga  $W_S = B_S$ .

Untuk mengkompensasi momen  $w \times l$ , air di dalam AT dipompa ke luar kapal sampai dipenuhi persamaan :

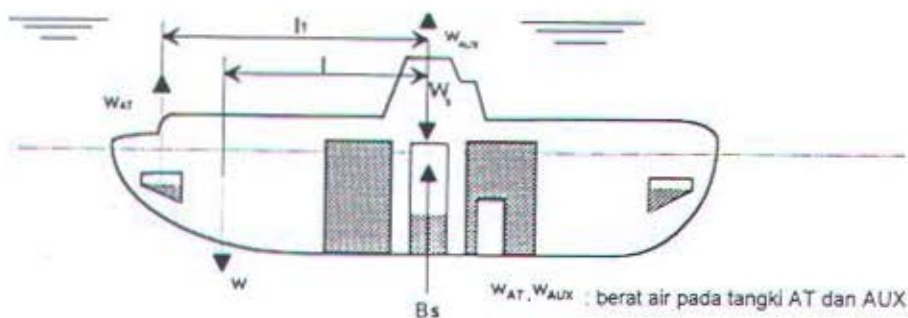
$$w_{AT} \times l_1 = w \times l \quad (2.12)$$

tetapi :  $l_1 > l$

Jadi :  $w_{AT} < w$

Dengan demikian penambahan berat secara keseluruhan dikompensasi. Selama  $w_{AT}$  lebih kecil daripada  $w$ , gaya sisanya diambil dari tangki pembantu (aux tank) sehingga memenuhi persamaan berikut :

$$w_{AT} + w_{AUX} = w \quad (2.13)$$



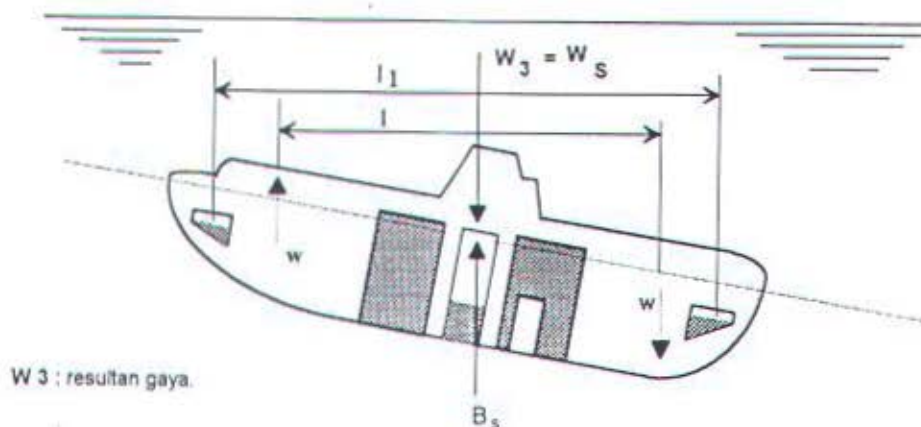
Gambar 2.6 Penyelaman dengan buoyancy netral dan sudut nol

f. Keadaan pada gambar 2.7 menyangkut pergeseran berat yang terjadi di kapal selam. Pergeseran  $w$  ini mengakibatkan momen kesetimbangan, tetapi tidak merubah berat keseluruhan  $W_3 = W_S = B_S$ . Kapal selam menjaga kesetimbangannya dengan cara meletakkan bagian depan kapal (bow) kembali pada buoyancy netral. Kondisi ini dikenal sebagai : "*keseluruhannya adalah berat depan*" atau "*keseluruhannya adalah ringan buritan.*" Untuk mengoreksi keadaan ini hanya perlu menggeser air (tidak sedikitpun air dibuang), dan dapat dilakukan dengan tiga cara, yaitu :

1. Dari FT ke AT
2. Dari FT ke Aux
3. Dari Aux ke AT.

Pengoreksian dilakukan dengan menggeser FT ke AT memenuhi persamaan :

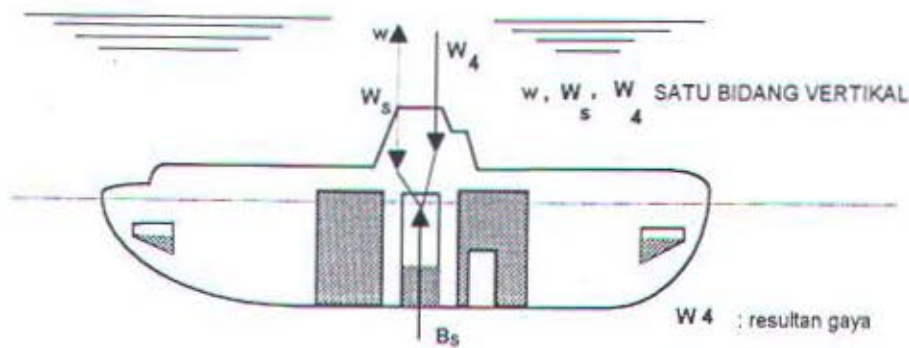
$$w_{FT} \times l_1 = w \times l \quad (2.14)$$



Gambar 2.7 Penyelaman dengan berat kapal digeser ke depan



g. Gambar 2.8 menunjukkan suatu keadaan dimana berat dipindahkan sedemikian rupa sehingga pusat gravitasinya segaris vertikal dengan  $B_s$ . Dan hal ini muncul dalam operasi kapal selam, ketika beratnya dipindahkan di seluruh kapal selam, yang sama artinya dengan mengasumsikan suatu berat tunggal dipindahkan ke suatu posisi yang segaris vertikal dengan  $B_s$ . Kondisi ini hanya menyangkut kompensasi berat secara menyeluruh, tanpa momen kesetimbangan yang dilibatkan. Kapal tetap pada keadaan setimbang, namun akan mendapat buoyancy positif,  $B_s > W_4$ , sehingga mulai naik. Untuk mengoreksi keadaan ini air harus diisikan ke dalam tangki pembantu (auxiliary) sebesar berat yang dipindahkan,  $w$ , sehingga buoyancy positif dapat dihilangkan dan buoyancy netral kembali terjadi.



Gambar 2.8 Penyelaman dengan berat dipindahkan ke tengah kapal

h. Supaya dapat muncul ke permukaan, air di dalam tangki pemberat pokok dikeluarkan, sehingga terjadi buoyancy positif dan kapal mulai naik sampai keseimbangan  $W = B$  terjadi atau kapal mengapung di permukaan.

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa statika kapal selam mengikuti persamaan :

**Berat kapal saat menyelam = gaya buoyancy saat menyelam.**

Persamaan ini dipenuhi apabila kapal menyelam dengan buoyancy netral. Sedangkan :

**Gaya buoyancy saat menyelam ( $B_s$ ) = rapat jenis air X volume  
air yang dipindahkan.**

Rapat jenis air tergantung pada dua faktor, yaitu : temperatur dan salinitas. Jika temperatur berkurang maka rapat jenis bertambah, dan juga sebaliknya. Di lautan lepas salinitas bervariasi, tetapi sangat kecil dan biasanya diabaikan. Temperatur berkurang dengan kecepatan yang berbeda-beda dengan bertambahnya kedalaman selam tergantung lokasinya. Oleh karena itu kapal selam membawa suatu instrumen yang dapat mencari gradien temperatur dengan perubahan kedalaman selam untuk membantu pengendalian penyelaman.

#### **II.3.1.3. Stabilitas kapal selam.**

Pertama-tama perlu dibedakan pengertian antara setimbang dan stabilitas. Suatu kapal selam disebut berada dalam keadaan setimbang apabila resultan semua gaya yang bekerja padanya sama dengan nol. Hal ini terjadi apabila gaya ke atas (buoyancy) sama dengan gaya berat, dan gaya dorong (thrust) sama dengan gaya penahan (drag). Sedangkan yang dimaksud stabilitas adalah kecenderungan kapal selam untuk kembali



kepada keadaan setimbang, andaikan ada gangguan terhadapnya. Seperti pada sistem-sistem lainnya, pada kapal selam juga dikenal apa yang dinamakan stabilitas statis dan stabilitas dinamik.

**a. Stabilitas statis kapal selam.**

Kapal selam dikatakan berada dalam keadaan stabilitas statis apabila rolling yang terjadi padanya membentuk sudut lebih kecil daripada  $15^{\circ}$ . Pada kondisi yang demikian kapal selam dianggap dalam keadaan diam (statis). Stabilitas statis ditentukan oleh tiga buah titik, yaitu :

1. Titik berat (centre of gravity).
2. Titik apung (center of buoyancy).
3. Metasenter (metacenter).

Titik berat atau G dari sebuah kapal selam adalah titik tangkap dari resultan gaya berat yang menekan ke bawah.

Titik apung atau B adalah titik tangkap dari resultan gaya yang menekan vertikal ke atas, atau dapat juga dikatakan sebagai titik tangkap dari resultan gaya tekan air yang bekerja terhadap body kapal selam. Titik B ini bukan titik tetap melainkan berpindah-pindah disebabkan adanya perubahan sarat (draft), yaitu bagian kapal selam yang terbenam di dalam air.

Sedangkan metasenter atau M, adalah titik potong antara garis vertikal melalui pusat apung tegak lurus bidang horisontal permukaan laut dengan garis vertikal melalui pusat berat tegak lurus bidang horisontal kapal selam.

Syarat yang harus dipenuhi agar kapal selam selalu stabil adalah letak titik metasenternya harus selalu di atas titik pusat gravitasi.

Ada tiga macam keadaan stabilitas statis, yaitu : stabilitas statis positif (stabil), netral dan stabilitas statis negatif (tidak stabil).



Jika sebuah kapal selam mengalami gangguan dari gaya luar dan cenderung kembali pada keadaan semula, maka dikatakan kapal selam tersebut dalam keadaan " stabilitas statis positif ". Pada keadaan demikian letak titik berat G dibawah letak titik metasenter.

Jika sebuah kapal selam berubah dari posisi semula dan cenderung mempertahankan keadaan terganggunya untuk waktu berikutnya, maka kapal selam tersebut dalam keadaan " stabilitas statis netral " .

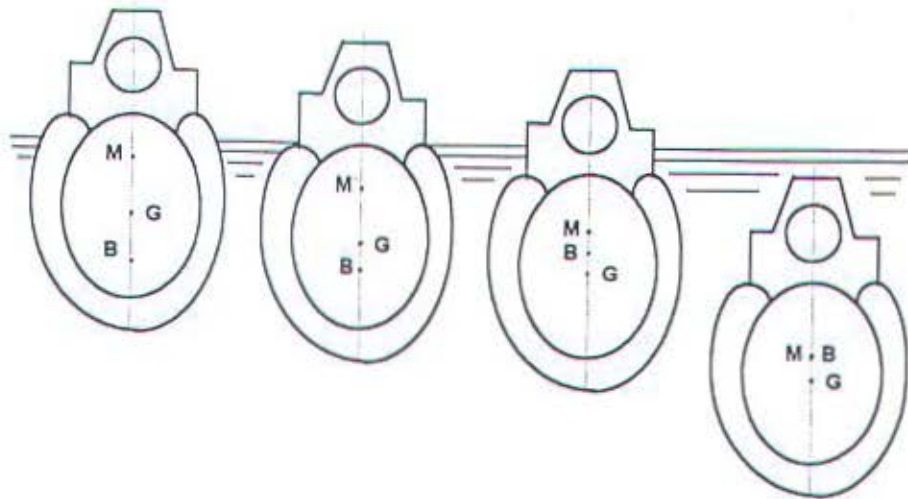
Pada keadaan ini, letak titik berat G berada tepat di titik metasenter M. Dan jika kapal selam berinklinasi akibat gaya luar dan akan kontinyu berinklinasi, bahkan mungkin kapal selam akan terbalik, maka dikatakan bahwa kapal selam tersebut dalam keadaan "stabilitas statis negatif ". Pada keadaan ini letak titik berat G di atas letak titik metasenter M.

**b. Stabilitas dinamis kapal selam.**

Sebuah kapal selam dikatakan berada dalam keadaan stabilitas dinamik apabila rolling yang terjadi padanya membentuk sudut lebih besar dari  $15^{\circ}$ .

Seperti halnya keadaan stabilitas statis, dalam stabilitas dinamis dikenal juga tiga macam keadaan yaitu : stabilitas dinamis positif (stabil), netral dan stabilitas dinamis negatif (tidak stabil).

Letak dari titik-titik yang menentukan kestabilan kapal selam secara melintang dalam setiap fase operasinya dilukiskan oleh gambar 2.9 berikut ini.



**Gambar 2.9** Letak titik pusat berat, buoyancy dan metasenter dalam setiap fase operasi kapal selam.

Untuk memudahkan analisa dan perancangan stabilitas kapal selam dibedakan menjadi dua, yaitu : stabilitas longitudinal dan stabilitas lateral.

**a. Stabilitas longitudinal.**

Kapal selam disebut memiliki stabilitas longitudinal jika setelah dilakukan gangguan dalam posisi tegak, akan membentuk gaya dan momen yang cenderung mengurangi sudut trim dan mempertahankan sudut setimbangnya.

**b. Stabilitas lateral.**

Kapal selam disebut memiliki stabilitas lateral jika setelah dilakukan suatu gangguan yang memutarinya pada sudut  $\psi$  atau yang menyebabkan gerak menyamping pada sudut  $\beta$  atau yang menyebabkan gerak rolling pada sudut  $\Phi$  akan membentuk gaya dan momen yang cenderung mengurangi sudut  $\beta$  atau sudut  $\Phi$  dan mempertahankan keadaan setimbangnya.

## II.3.2. Kinematika

### II.3.2.1. Sistem koordinat pada kapal selam.

Untuk memudahkan analisa dinamika kapal selam, maka perlu didefinisikan sistem koordinat dari kapal selam. Sistem koordinat-sistem koordinat itu antara lain :

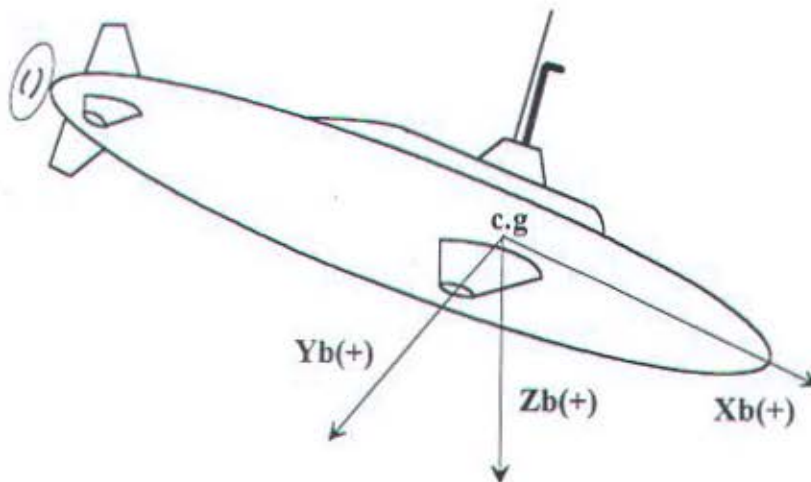
#### 1. Sistem koordinat body.

Pada gambar 2.10. terlihat bahwa pusat koordinat pada titik berat kapal selam  $c.g$ , dengan :

$X_b$  pada bidang simetri positif pada arah depan.

$Y_b$  tegak lurus bidang simetri positif arah ke kanan.

$Z_b$  pada bidang simetri positif arah ke bawah dan tegak lurus dengan  $X_b$  dan  $Y_b$ .



Gambar 2.10. Sistem koordinat body

#### 2. Sistem koordinat stabilitas ( $X_s Y_s Z_s$ ).

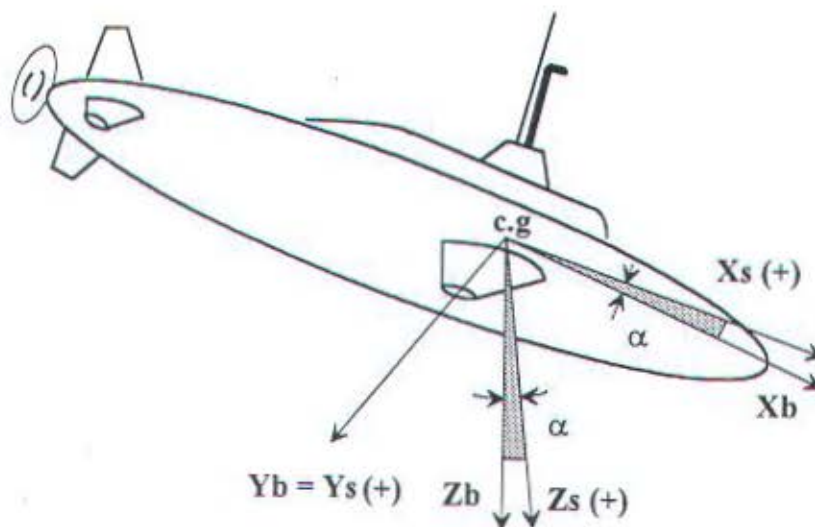
Pada gambar 2.11. terlihat bahwa pusat koordinatnya terletak pada titik berat kapal selam, dengan :



$X_s$  sejajar dengan aliran air tak terganggu pada bidang simetri dan positif arah ke depan.

$$Y_s = Y_b$$

$Z_s$  tegak lurus bidang  $X_s$  cg  $Y_s$  dan positif arah ke bawah.



Gambar 2.11 Sistem koordinat stabilitas

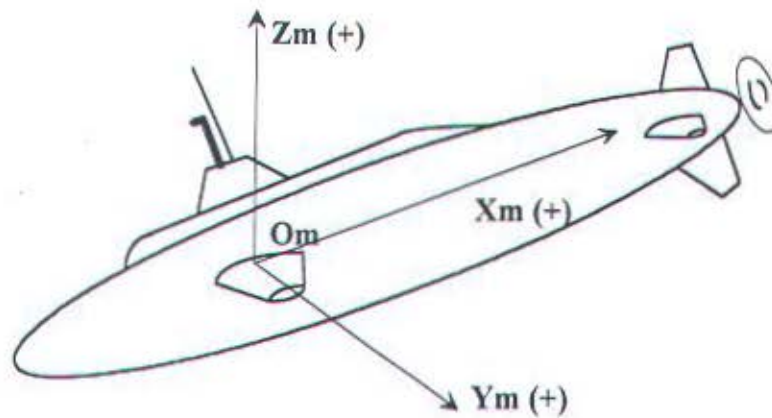
### 3. Sistem koordinat pengukuran ( $X_m Y_m Z_m$ ).

Pada gambar 2.12. tampak bahwa pusat koordinat referensi pengukuran terletak sembarang pada kapal selam ( $O_m$ ), dengan :

$X_m$  sejajar dengan bidang simetri kapal selam, positif arah ke belakang.

$Y_m$  tegak lurus bidang simetri dan positif arah ke kiri bow plane.

$Z_m$  tegak lurus bidang  $X_m O_m Y_m$  dan positif arah ke atas.



Gambar 2.12 Sistem koordinat pengukuran.

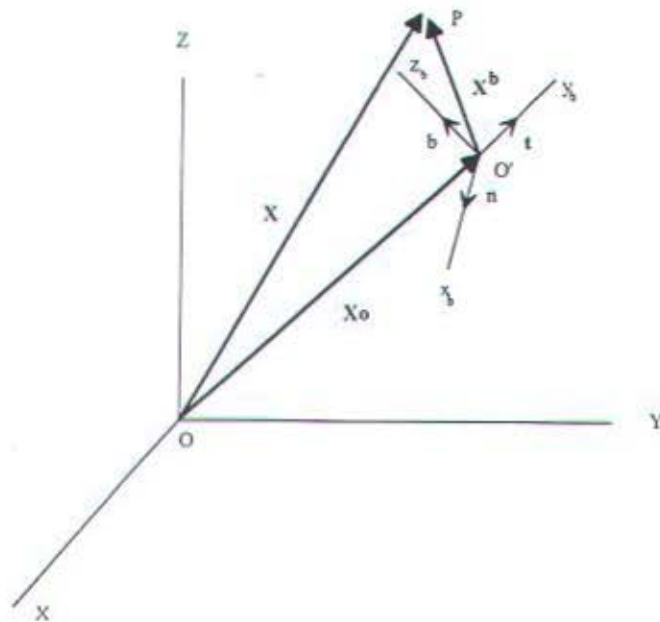
Pengetahuan tentang sistem koordinat sangat diperlukan untuk menentukan persamaan gerak dalam ruang. Sistem koordinat yang dijadikan acuan oleh semua gerakan disebut kerangka inersial.

#### II.3.2.2. Transformasi koordinat

Transformasi koordinat sering ditemukan pada saat menentukan persamaan gerak benda terhadap suatu sistem koordinat tertentu, umumnya orientasi suatu benda terhadap kerangka inersial.

Jika  $P$  adalah sembarang titik dalam ruang, seperti digambarkan pada gambar 2.13 maka koordinat titik  $P$  terhadap kerangka inersial  $O$ -XYZ ditampilkan dengan :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.15)$$



Gambar 2.13 Transformasi koordinat

Posisi origin koordinat body terhadap koordinat inersial dinyatakan dengan :

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Posisi titik P dapat juga ditampilkan dengan mengacu pada koordinat body  $O'-x_b y_b z_b$  dengan :

$$\mathbf{x}^b = \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Lambang subskript b menunjukkan bahwa vektor tersebut didefinisikan dengan mengacu pada kerangka koordinat body.



Vektor unit  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{t}$ , dan  $\mathbf{b}$  menunjukkan arah dari sumbu koordinat  $x_b$ ,  $y_b$ , dan  $z_b$ . Komponen-komponen dari tiap-tiap vektor unit adalah arah cosinus dari setiap sumbu koordinat dipandang dari koordinat inersial. selanjutnya ketiga vektor tersebut digabung dan ditampilkan dalam bentuk matriks  $\mathbf{R}$   $3 \times 3$ .

$$\mathbf{R} = [ \mathbf{n}, \mathbf{t}, \mathbf{b} ] \quad (2.18)$$

Vektor kolom matriks  $\mathbf{R}$  adalah *orthogonal* terhadap lainnya.

$$\mathbf{n}^T \mathbf{t} = 0 \quad \mathbf{t}^T \mathbf{b} = 0 \quad \mathbf{b}^T \mathbf{n} = 0 \quad (2.19)$$

Dan memiliki panjang unit

$$|\mathbf{n}| = 1 \quad |\mathbf{t}| = 1 \quad |\mathbf{b}| = 1 \quad (2.20)$$

Selanjutnya akan dicari hubungan antara koordinat inersial dengan koordinat body. Posisi dan orientasi benda, yang ditunjukkan oleh vektor  $\mathbf{x}_0$   $3 \times 1$  dan matriks  $\mathbf{R}$   $3 \times 3$ , jika dinyatakan dalam koordinat inersial adalah :

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + x_b \mathbf{n} + y_b \mathbf{t} + z_b \mathbf{b} \quad (2.21)$$

atau

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \mathbf{R} \mathbf{x}^b \quad (2.22)$$

Persamaan (2.22) diatas menunjukkan transformasi koordinat body  $\mathbf{x}^b$  kedalam koordinat inersial  $\mathbf{x}$ .

Dengan menggunakan matriks transpose  $R^T$  dari  $R$  persamaan (2.22) dapat diubah menjadi :

$$R^T x = R^T x_0 + R^T R x^b \quad (2.23)$$

Perkalian  $R^T R$  menghasilkan :

$$\begin{aligned} R^T R &= \begin{bmatrix} n^T n & n^T t & n^T b \\ t^T n & t^T t & t^T b \\ b^T n & b^T t & b^T b \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Sehingga persamaan (2.23) menjadi :

$$x^b = -R^T x_0 + R^T x \quad (2.25)$$

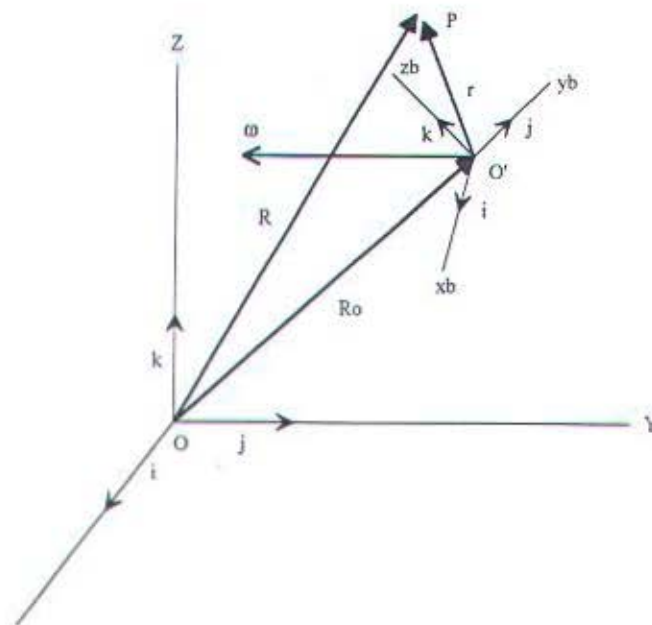
Persamaan (2.25) diatas menyatakan transformasi koordinat inersial ke dalam koordinat body. Dari persamaan tersebut juga didapatkan informasi bahwa invers matriks *orthonormal* secara sederhana sama dengan matriks transpose,

$$R^{-1} = R^T \quad (2.26)$$

### II.3.2.3. Persamaan gerak.

Dalam kinematika dikenal dua jenis gerakan pokok yaitu gerakan mutlak (absolute motion) dan gerakan relatif (relative motion). Gerakan mutlak adalah gerakan suatu titik atau benda terhadap kerangka inersial, dan gerakan relatif adalah gerakan suatu titik atau benda terhadap kerangka noninersial.

Dalam gambar 2.14 digambarkan suatu titik P yang bergerak terhadap kerangka  $O'-x_b y_b z_b$ .



Gambar 2.14 Gerak relatif

Posisi titik P dalam koordinat O-XYZ dinyatakan oleh :

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 + \mathbf{r} \quad (2.27)$$

dengan  $\mathbf{R}_0$  = jarak antara titik O dan O'.

$\mathbf{r}$  = jarak antara O dan pusat massa P.



Gerakan mutlak titik P terhadap kerangka inersial 0-XYZ dinyatakan sebagai :

$$\dot{\mathbf{R}} = \dot{\mathbf{R}}_0 + \dot{\mathbf{r}} \quad (2.28)$$

dengan :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{R}} &= \dot{X} \mathbf{i} + \dot{Y} \mathbf{j} + \dot{Z} \mathbf{k} \\ \dot{\mathbf{R}}_0 &= \dot{X}_0 \mathbf{i} + \dot{Y}_0 \mathbf{j} + \dot{Z}_0 \mathbf{k} \\ \dot{\mathbf{r}} &= \frac{d}{dt} (x \mathbf{i} + y \mathbf{j} + z \mathbf{k}) \end{aligned}$$

Derivative  $\mathbf{r}$  dapat dinyatakan sebagai :

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{x} \mathbf{i} + \dot{y} \mathbf{j} + \dot{z} \mathbf{k} + x \dot{\mathbf{i}} + y \dot{\mathbf{j}} + z \dot{\mathbf{k}} \quad (2.29)$$

Kecepatan perubahan dari vektor  $\mathbf{i}$  hanya disebabkan oleh kecepatan sudut  $\omega$  dan kecepatan perubahan vektor  $\mathbf{i}$  mempunyai arah normal terhadap  $\omega$  dan  $\mathbf{i}$ , sehingga :

$$\dot{\mathbf{i}} = \omega \times \mathbf{i} \quad (2.30a)$$

$$\dot{\mathbf{j}} = \omega \times \mathbf{j} \quad (2.30b)$$

$$\dot{\mathbf{k}} = \omega \times \mathbf{k} \quad (2.30c)$$

Jadi persamaan (2.29) dapat dinyatakan sebagai :

$$\dot{\mathbf{r}} = \left. \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|_b + \omega \times \mathbf{r} \quad (2.31)$$

Subskript  $b$  menyatakan differensiasi terhadap kerangka bergerak  $x_b y_b z_b$  dengan pusat  $O'$ .

Persamaan gerakan titik P terhadap kerangka inersial bergerak dapat diperoleh dengan menggabungkan persamaan (2.28) dan persamaan (2.31),

$$\dot{\mathbf{R}} = \dot{\mathbf{R}}_0 + \left. \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|_b + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (2.32)$$

Percepatan titik P terhadap  $O'-x_b y_b z_b$  diperoleh dengan menurunkan persamaan (2.31) sebagai berikut :

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{d}{dt} \left[ \left. \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|_b \right] + \frac{d}{dt} (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (2.33)$$

Suku pertama pada sisi kanan persamaan (2.33) dapat diselesaikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[ \left. \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|_b \right] &= \frac{d}{dt} (\dot{x} \mathbf{i} + \dot{y} \mathbf{j} + \dot{z} \mathbf{k}) \\ &= \ddot{x} \mathbf{i} + \ddot{y} \mathbf{j} + \ddot{z} \mathbf{k} + \boldsymbol{\omega} \times \left[ \left. \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|_b \right] \end{aligned} \quad (2.34)$$

didefinisikan :  $\dot{\mathbf{r}} = \dot{x} \mathbf{i} + \dot{y} \mathbf{j} + \dot{z} \mathbf{k}$

$$\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{x} \mathbf{i} + \ddot{y} \mathbf{j} + \ddot{z} \mathbf{k}$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi : } \frac{d}{dt} \left[ \left. \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|_b \right] &= \ddot{\mathbf{r}}_b + \boldsymbol{\omega} \times \left[ \left. \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right|_b \right] \\ &= \ddot{\mathbf{r}}_b + \boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_b \end{aligned} \quad (2.35)$$

Suku kedua pada sisi kanan persamaan (2.33) dapat diselesaikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(\omega \times r) &= \dot{\omega} \times r + \omega \times \dot{r} \\ &= \dot{\omega} \times r + \omega \times \dot{r}_b + \omega \times (\omega \times r)\end{aligned}\quad (2.36)$$

Sehingga persamaan percepatan titik P terhadap koordinat 0-XYZ adalah:

$$\ddot{R} = \ddot{R}_0 + \ddot{r}_b + 2\omega \times \dot{r}_b + \dot{\omega} \times r + \omega \times (\omega \times r) \quad (2.37)$$

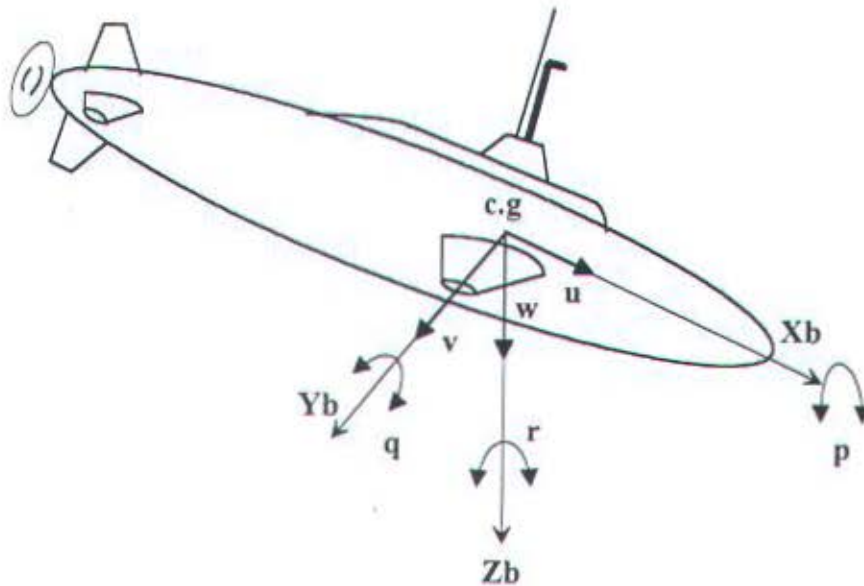
Dengan :

- $\ddot{R}_0$  = percepatan titik pusat kerangka yang bergerak.
- $\ddot{r}_b$  = percepatan titik P terhadap kerangka yang bergerak.
- $2\omega \times \dot{r}_b$  = percepatan Coriolis yang disebabkan oleh gerakan P dalam sumbu XYZ.
- $\dot{\omega} \times r$  = percepatan P yang disebabkan oleh perubahan  $\omega$ .
- $\omega \times (\omega \times r)$  = percepatan sentrifugal yang disebabkan oleh sudut antara  $\omega$  dan  $r$ .

#### II.3.2.4. Konfigurasi fisik kapal selam.

Konfigurasi fisik kapal selam dalam sistem koordinat body dapat dijelaskan melalui gambar 2.16 berikut, dimana terlihat bahwa gerak translasi ditunjukkan oleh komponen-komponen vektor kecepatan  $u$ ,  $v$ , dan  $w$ , sedangkan gerak rotasi oleh  $p$ ,  $q$ , dan  $r$ .





Gambar 2.15 Konfigurasi fisik kapal selam

Dengan demikian kapal selam dalam operasinya di medan bawah air mempunyai enam derajat kebebasan gerak dalam ruang tiga dimensi, yaitu gerakan pada bidang horisontal dan gerakan pada bidang vertikal. Gerakan itu terdiri dari tiga gerakan translasi, yaitu:

a. Surging

Adalah gerakan kapal selam dalam arah maju dan mundur (bertranslasi) sepanjang sumbu x.

b. Swaying

Adalah gerakan kapal selam dalam arah menggeser ke kiri dan ke kanan (bertranslasi) sepanjang sumbu y.

c. Heaving

Adalah gerakan kapal selam dengan arah naik turun (bertranslasi) sepanjang sumbu z.

Dan tiga gerakan rotasi, yaitu :

d. Rolling

Adalah gerakan kapal selam mengguling ke kiri dan ke kanan (berotasi) sepanjang sumbu x.

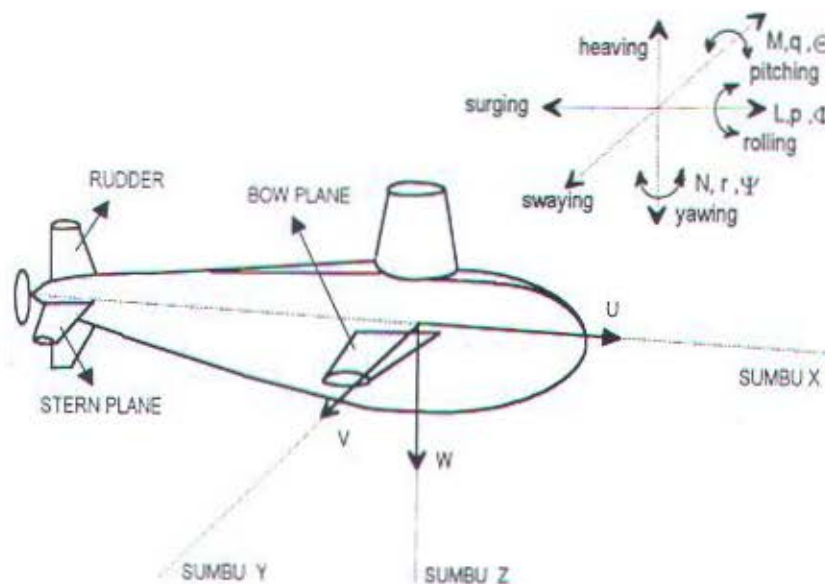
e. Pitching.

Adalah gerakan kapal selam dalam arah mengangguk ke atas bawah (berotasi) sepanjang sumbu y.

f. Yawing

Adalah gerakan kapal selam dalam arah menggeleng ke kiri dan ke kanan (berotasi) sepanjang sumbu z.

Gerakan-gerakan tersebut dilukiskan dalam gambar 2.16 berikut :



Gambar 2.16 Enam derajat kebebasan gerak kapal selam di bawah air.

dimana :

$u, v, w$  adalah kecepatan maju, geser, dan yawing.

$L, M, N$  adalah momen roll, pitch dan yaw

$p, q, r$  adalah kecepatan sudut roll, pitch dan yaw

$\Phi, \Theta, \Psi$  adalah sudut roll, pitch dan yaw.

Dalam analisa dan perancangan, gerakan kapal selam dikelompokkan menjadi dua gerakan, yaitu gerakan longitudinal dan gerakan lateral. Gerakan longitudinal sering juga disebut gerak simetris. Gerak tersebut adalah gerak kapal selam pada bidang simetris  $xz$  dan ditunjukkan oleh perubah-perubah  $u, w, q$  dan  $M$ . Gerak lateral adalah gerak kapal selam pada bidang  $xy$  dan  $yz$  dan ditunjukkan oleh perubah-perubah  $v, p, r, L$  dan  $N$ .

Kapal selam dikemudikan oleh perangkat pengendali gerak yang terdiri dari :

- a. Sistem kemudi horisontal depan (*bow plane*).  
Berfungsi untuk mengendalikan heaving.
- b. Sistem kemudi horisontal belakang (*stern plane*).  
Berfungsi untuk mengendalikan pitching
- c. Sistem kemudi vertikal (*rudder*).  
Berfungsi untuk mengendalikan yawing
- d. Alat kendali kecepatan / sistem pendorongan.  
Berfungsi untuk mengendalikan surging.

Sedangkan gerakan rolling dan swaying dikendalikan secara terpadu antara sistem pendorongan dengan bow plane dan stern plane, serta sistem pendorongan bersama dengan rudder.



### II.3.3. Dinamika.

#### II.3.3.1. Persamaan gerak benda tegar

Persamaan gerak benda tegar (*rigid body*) diperoleh dari hukum Newton kedua, yang menyatakan bahwa semua gaya eksternal pada *body*, sama dengan rata-rata perubahan momentum *body* setiap saat, sedangkan aksi momen gaya eksternal pada *body* sama dengan rata-rata perubahan momentum sudut setiap saat. Hukum Newton kedua dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\Sigma \mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) \quad (2.38)$$

$$\Sigma \mathbf{M} = \frac{d}{dt}\mathbf{H} \quad (2.39)$$

Persamaan vektor di atas dapat ditulis lagi dalam masing-masing komponen pembentuknya, sehingga terdapat tiga persamaan gaya dan tiga persamaan momen gaya. Persamaan komponen-komponen gaya dapat dinyatakan sebagai :

$$F_x = \frac{d}{dt}(mu), \quad F_y = \frac{d}{dt}(mv), \quad F_z = \frac{d}{dt}(mw) \quad (2.40)$$

di mana  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$  dan  $u$ ,  $v$ ,  $w$  adalah komponen dari gaya dan proyeksi kecepatan pada sumbu  $x$ ,  $y$ , dan  $z$ . Pada gerakan kapal selam komponen gaya itu merupakan gabungan dari aksi hidrodinamika, gaya propulsif, gaya angkat dan gaya gravitasi. Persamaan komponen-komponen momen gaya dapat dinyatakan sebagai :

$$L = \frac{d}{dt}H_x, \quad M = \frac{d}{dt}H_y, \quad N = \frac{d}{dt}H_z \quad (2.41)$$

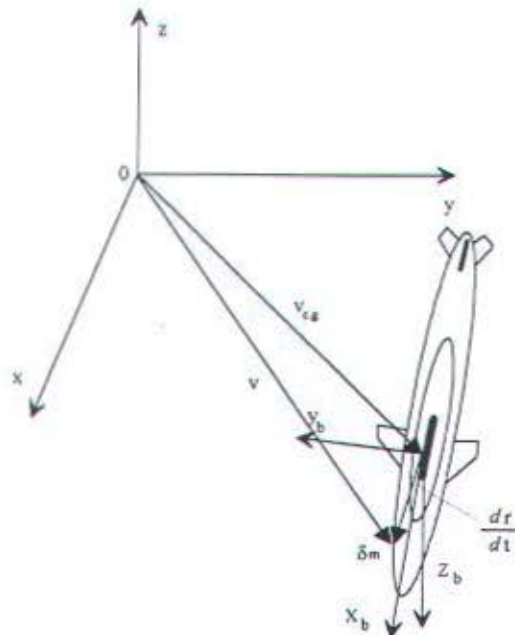
di mana  $L$ ,  $M$ ,  $N$ , dan  $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H_z$  adalah komponen-komponen momen gaya dan proyeksi momentum sudut pada sumbu  $x$ ,  $y$ , dan  $z$ .

Tampak pada gambar 2.17, jika  $\delta m$  adalah elemen massa dari kapal selam,  $v$  adalah kecepatan elemen massa relatif terhadap kerangka inersial,  $\delta F$  adalah resultan aksi gaya elemen massa, maka hukum Newton kedua dapat dituliskan :

$$\delta F = \frac{dv \delta m}{dt} \quad (2.42)$$

dan total aksi gaya eksternal dapat diperoleh dari penjumlahan semua elemen gaya :

$$F_{TOTAL} = \sum \delta F \quad (2.43)$$



Gambar 2.17. Gaya pada elemen massa dari kapal selam.

Kecepatan relatif dari elemen massa  $\delta m$  terhadap kerangka inersial adalah :

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{c.g} + \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (2.44)$$

di mana  $\mathbf{v}_{c.g}$  adalah kecepatan pusat massa kapal selam terhadap kerangka inersial dan  $d\mathbf{r}/dt$  adalah kecepatan elemen massa relatif terhadap pusat massa. Vektor posisi dari elemen massa diukur terhadap pusat massa adalah :

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (2.45)$$

Dengan mensubstitusi kecepatan ke dalam persamaan hukum Newton kedua diperoleh :

$$\sum \delta \mathbf{F} = \mathbf{F} = \frac{d}{dt} \sum (\mathbf{v}_{c.g} + \frac{d\mathbf{r}}{dt}) \delta m \quad (2.46)$$

sehingga :

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{v}_{c.g}}{dt} \sum \delta m + \frac{d}{dt} \sum \frac{d\mathbf{r}}{dt} \delta m \quad (2.47)$$

atau

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{v}_{c.g}}{dt} \sum \delta m + \frac{d^2}{dt^2} \sum \mathbf{r} \delta m \quad (2.48)$$

Karena  $\mathbf{r}$  diukur dari pusat massa, maka  $\sum \mathbf{r} \delta m$  sama dengan nol. Persamaan gaya menjadi :

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}_{c.g}}{dt} + \mathbf{v}_{c.g} \frac{dm}{dt} \quad (2.49)$$



Dengan cara yang sama, dapat ditentukan persamaan momen gaya pada pergerakan pusat massa. Momen gaya pada elemen massa  $\delta m$ , dapat ditulis sebagai :

$$\delta \mathbf{M} = \frac{d}{dt} \delta \mathbf{H} = \frac{d}{dt} (\mathbf{r} \times \mathbf{v}) \delta m \quad (2.50)$$

Dan kecepatan elemen massa dinyatakan sebagai :

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{c.g} + \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}_{c.g} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (2.51)$$

di mana  $\boldsymbol{\omega}$  dan  $\mathbf{r}$  adalah kecepatan sudut dan posisi elemen massa yang diukur dari pusat massa.

$$\boldsymbol{\omega} = p\mathbf{i} + q\mathbf{j} + r\mathbf{k} \quad (2.52)$$

Momentum total dapat ditulis sebagai :

$$\mathbf{H} = \sum \delta \mathbf{H} = \sum (\mathbf{r} \times \mathbf{v}_{c.g}) \delta m + \sum [\mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})] \delta m \quad (2.53)$$

Karena  $\mathbf{v}_{c.g}$  konstan, maka dapat dikeluarkan sehingga persamaannya menjadi :

$$\mathbf{H} = \sum \mathbf{r} \delta m \times \mathbf{v}_{c.g} + \sum [\mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})] \delta m \quad (2.54)$$

Suku pertama dari persamaan (2.54) sama dengan nol, sebab  $\sum \mathbf{r} \delta m = 0$ , seperti telah dijelaskan sebelumnya. Dengan demikian  $\mathbf{H}$ , pada persamaan (2.54) dapat ditulis sebagai :

$$\mathbf{H} = \sum [\mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})] \delta m \quad (2.55)$$

Oleh karena :

$$\mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = r.r \boldsymbol{\omega} \delta m - r.\boldsymbol{\omega} r \delta m$$

maka persamaan (2.55) akan menjadi persamaan (2.56) di bawah ini.

$$\mathbf{H} = (p\mathbf{i} + q\mathbf{j} + r\mathbf{k}) \sum (x^2 + y^2 + z^2) \delta m - \sum (x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k})(px + qy + rz) \delta m \quad (2.56)$$

Komponen-komponen skalar dari  $\mathbf{H}$  adalah :

$$H_x = p \sum (y^2 + z^2) \delta m - q \sum xy \delta m - r \sum xz \delta m \quad (2.57a)$$

$$H_y = -p \sum xy \delta m + q \sum (x^2 + z^2) \delta m - r \sum yz \delta m \quad (2.57b)$$

$$H_z = -p \sum xz \delta m - q \sum yz \delta m + r \sum (x^2 + y^2) \delta m \quad (2.57c)$$

Dari bentuk terakhir persamaan momentum sudut di atas, didefinisikan momen inersia dari kapal selam sebagai berikut :

$$I_{xx} = \int_V (y^2 + z^2) \delta m \quad I_{xy} = \int_V xy \delta m \quad (2.58a)$$

$$I_{yy} = \int_V (x^2 + z^2) \delta m \quad I_{xz} = \int_V xz \delta m \quad (2.58b)$$

$$I_{zz} = \int_V (x^2 + y^2) \delta m \quad I_{yz} = \int_V yz \delta m \quad (2.58c)$$

di mana  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$ , dan  $I_{zz}$  adalah momen inersia dari badan kapal selam terhadap sumbu  $x$ ,  $y$ , dan  $z$ . Dengan demikian persamaan skalar momentum sudut adalah sebagai berikut :

$$H_x = pI_{xx} - qI_{xy} - rI_{xz} \quad (2.59a)$$

$$H_y = -pI_{xy} + qI_{yy} - rI_{yz} \quad (2.59b)$$

$$H_z = -pI_{xz} - qI_{yz} + rI_{zz} \quad (2.59c)$$

Turunan vektor terhadap kerangka inersial, dapat dituliskan sebagai :

$$\left. \frac{d\mathbf{A}}{dt} \right|_i = \left. \frac{d\mathbf{A}}{dt} \right|_b + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A} \quad (2.60)$$

di mana subskript  $i$  menunjukkan kerangka inersial (dimisalkan pangkalan kapal selam) dan subskript  $b$  menunjukkan kerangka body dari kapal selam. Dengan menurunkan vektor gaya dan momen gaya seperti vektor  $\mathbf{A}$  di atas, maka akan diperoleh persamaan-persamaan vektor dari gaya  $\mathbf{F}$  dan momen gaya  $\mathbf{M}$  terhadap kerangka inersial,

$$\mathbf{F} = \left. \frac{dm \mathbf{v}_{c.g}}{dt} \right|_i = \left( m \frac{d\mathbf{v}_{c.g}}{dt} + \mathbf{v}_{c.g} \frac{dm}{dt} \right) \Big|_b + (\boldsymbol{\omega} \times m \mathbf{v}_{c.g}) \quad (2.61)$$

$$\mathbf{M} = \left. \frac{d\mathbf{H}}{dt} \right|_i = \left. \frac{d\mathbf{H}}{dt} \right|_b + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} \quad (2.62)$$



Orientasi komponen vektor kecepatan titik berat  $v_{c.g.}$  terhadap koordinat inersial adalah  $u$ ,  $-v$ , dan  $-w$ . Dengan demikian persamaan skalar dari komponen-komponen gaya dan momen gaya pada masing-masing sumbu koordinat terhadap kerangka inersial adalah :

$$F_x = u \dot{m} + m(\dot{u} - qw + rv) \quad (2.63a)$$

$$F_y = -v \dot{m} + m(-\dot{v} + ru + pw) \quad (2.63b)$$

$$F_z = -w \dot{m} + m(-\dot{w} - pv - qu) \quad (2.63c)$$

$$M_x = \dot{H}_x - qH_z + rH_y \quad (2.64a)$$

$$M_y = \dot{H}_y - rH_x + pH_z \quad (2.64b)$$

$$M_z = \dot{H}_z - pH_y + qH_x \quad (2.64c)$$

Dengan asumsi bahwa bidang  $xz$  pada kerangka body kapal selam adalah bidang simetri, maka momen inersia pada bidang tersebut,  $I_{yz} = I_{xy} = 0$ . Dan juga karena koordinat *body* digunakan sebagai koordinat utama, maka  $I_{xz} = 0$ . Dengan demikian persamaan dari momen gaya dapat dituliskan :

$$L = I_{xx} \dot{p} + qr(I_{zz} - I_{yy}) \quad (2.65a)$$

$$M = I_{yy} \dot{q} + pr(I_{xx} - I_{zz}) \quad (2.65b)$$

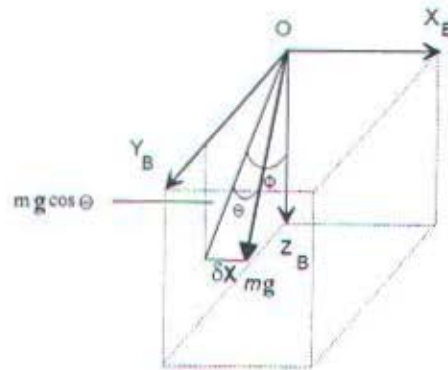
$$N = I_{zz} \dot{r} + pq(I_{yy} - I_{xx}) \quad (2.65c)$$

dimana  $L \triangleq M_x$ ,  $M \triangleq M_y$ , dan  $N \triangleq M_z$  adalah momen gaya dari gerakan *rolling*, *pitching*, dan *yawing*. Kontribusi persamaan gerak oleh pengaruh gaya gravitasi untuk masing-masing sumbu koordinat adalah :

$$\delta F_X = mg \sin \Theta \quad (2.66a)$$

$$\delta F_Y = mg \cos \Theta \sin \Phi \quad (2.66b)$$

$$\delta F_Z = mg \cos \Theta \cos \Phi \quad (2.66c)$$



Gambar 2.18 Orientasi vektor gravitasi pada sistem koordinat body

Dengan demikian gaya eksternal dari kapal selam dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$F_{X\text{TOTAL}} = F_X + \delta F_X = u \dot{m} + m (\dot{u} - qw + rv + g \sin \Theta) \quad (2.67a)$$

$$F_{Y\text{TOTAL}} = F_Y + \delta F_Y = -v \dot{m} + m (-\dot{v} + ru + pw + g \cos \Theta \sin \Phi) \quad (2.67b)$$

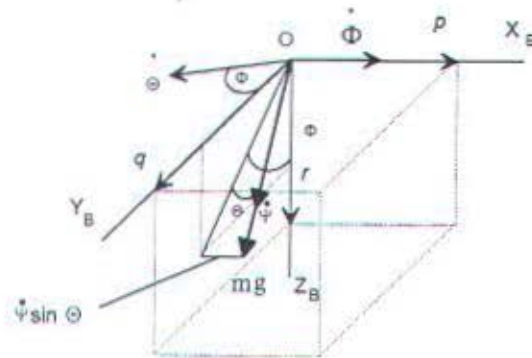
$$F_{Z\text{TOTAL}} = F_Z + \delta F_Z = -w \dot{m} + m (-\dot{w} - pv - qu + g \cos \Theta \cos \Phi) \quad (2.67c)$$

Seperti cara di atas, maka dapat pula diturunkan persamaan kecepatan dan orientasi sudut dari gaya gravitasi terhadap koordinat body, sebagai berikut :

$$p = \dot{\Phi} + \dot{\Psi} \sin \Theta \quad (2.68a)$$

$$q = \dot{\Theta} \cos \Phi + \dot{\Psi} \cos \Theta \sin \Phi \quad (2.68b)$$

$$r = -\dot{\Theta} \sin \Phi + \dot{\Psi} \cos \Phi \cos \Theta \quad (2.68c)$$



Gambar 2.19 Orientasi sudut dan kecepatan dari gaya gravitasi relatif terhadap kerangka koordinat body

### II.3.3.2. Teorema gangguan kecil.

Suatu bentuk khusus dari sistem persamaan yang telah digunakan dengan keberhasilan luar biasa adalah model terlinierisasi untuk gangguan kecil disekitar kondisi acuan keadaan tunak. Untuk kapal selam kondisi acuan keadaan tunak yang dipilih adalah gerakan translasi dengan sirip-sirip diam dan seimbang. Pada kondisi ini kapal selam melakukan penyelaman lurus dan penyelaman simetris. Penyelaman lurus terjadi bila lintasan titik berat pesawat berupa garis lurus. Dan penyelaman simetris terjadi apabila bidang simetris dari kapal selam vertikal dan vektor kecepatan dari titik berat kapal selam sejajar dengan bidang simetris tersebut. Teori ini telah memberikan hasil yang cukup baik untuk tujuan-tujuan rekayasa, dengan bidang penerapan yang luas termasuk diantaranya kestabilan dan respon kontrol.



Alasan keberhasilan yang tinggi dari pendekatan dengan teori ini didapat atas dua hal, yaitu :

1. Pada banyak kasus pengaruh hidrodinamika yang penting benar-benar mendekati fungsi linier dari variabel state.
2. Keadaan penyelaman dengan gangguan yang cukup besar dapat dihubungkan dengan nilai yang relatif kecil dari gangguan kecepatan sudut dan linier.

Pemilihan koordinat yang tepat sangat penting untuk penerapan model gangguan kecil ini. Untuk wahana yang memiliki bidang simetri, dua set persamaan yang tidak saling berkaitan didapatkan, yaitu persamaan longitudinal dan persamaan lateral. Dan karena persamaan momen pitching menjadi sama untuk kedua sistem koordinat, maka persamaan longitudinal akan diperoleh dalam bentuk sistem koordinat stabilitas dan persamaan lateral dalam bentuk sistem koordinat body.

#### Notasi untuk gangguan kecil.

Nilai keadaan tunak dalam notasi untuk gangguan kecil dituliskan dengan subskript 0 dan perubahannya menggunakan prefiks  $\Delta$ . Untuk gangguan kecil setiap variabel gerakan dapat dituliskan dalam dua komponen, yaitu :

$$\begin{array}{ll}
 U \triangleq U_0 + \Delta u & R \triangleq R_0 + \Delta r \\
 Q \triangleq Q_0 + \Delta q & M \triangleq M_0 + \Delta m \\
 V \triangleq V_0 + \Delta v & W \triangleq W_0 + \Delta w \\
 P \triangleq P_0 + \Delta p & \Theta \triangleq \Theta_0 + \Delta \Theta
 \end{array}
 \quad \text{dan seterusnya.}$$

Sehingga persamaan gaya karena pengaruh gangguan kecil, menjadi :

$$F_{X \text{ TOTAL}} = X_o + \Delta X$$

$$F_{Y \text{ TOTAL}} = Y_o + \Delta Y$$

$$F_{Z \text{ TOTAL}} = Z_o + \Delta Z$$

dimana :

$$X_o = m_o(W_o Q_o + R_o V_o + g \sin \Theta_o) \quad (2.69a)$$

$$Y_o = m_o(-U_o R_o + P_o W_o + g \cos \Theta_o \sin \Phi_o) \quad (2.69b)$$

$$Z_o = m_o(-P_o V_o + Q_o U_o + g \cos \Theta_o \cos \Phi_o) \quad (2.69c)$$

dan

$$\Delta X = U_o \dot{m} + m_o(\dot{u} - qW_o - wQ_o + R_o v + V_o r + g \cos \Theta_o \theta) \quad (2.70a)$$

$$\Delta Y = -V_o \dot{m} + m_o(-\dot{v} + rU_o + uR_o + P_o w + W_o p + (g \cos \Theta_o \cos \Phi_o)\Phi + (g \sin \Theta_o \sin \Phi_o)\theta) \quad (2.70b)$$

$$\Delta Z = -W_o \dot{m} + m_o(-\dot{w} - pV_o - vP_o - Q_o u - U_o q + (g \cos \Theta_o \sin \Phi_o)\Phi + (g \sin \Theta_o \cos \Phi_o)\theta) \quad (2.70c)$$

Persamaan momen gaya menjadi :

$$\Delta L = I_{xx} \dot{p} + (qR_o + rQ_o)(I_{zz} - I_{yy}) \quad (2.71a)$$

$$\Delta M = I_{yy} \dot{q} + (rP_o + pR_o)(I_{xx} - I_{zz}) \quad (2.71b)$$

$$\Delta N = I_{zz} \dot{r} + (qP_o + pQ_o)(I_{yy} - I_{xx}) \quad (2.71c)$$

Pada keadaan tunak setimbang diasumsikan  $P_0 = Q_0 = R_0 = 0$ , sehingga persamaan gaya dan momen gaya dari kapal selam adalah sebagai berikut :

$$F_x = u_0 \dot{m} + m (\dot{u} - w_0 q + g \cos \Theta_0 \theta) \quad (2.72a)$$

$$F_y = -v_0 \dot{m} + m (-\dot{v} + u_0 r - w_0 p + g \cos \Theta_0 \phi) \quad (2.72b)$$

$$F_z = -w_0 \dot{m} + m (-\dot{w} - u_0 q + g \sin \Theta_0 \theta) \quad (2.72c)$$

$$L = I_{xx} \dot{p} \quad (2.73a)$$

$$M = I_{yy} \dot{q} \quad (2.73b)$$

$$N = I_{zz} \dot{r} \quad (2.73c)$$

Dengan mengambil dua suku pertama dari ekspansi deret Taylor, yang diterapkan pada persamaan gerak kapal selam akan diperoleh persamaan gerak longitudinal, yaitu komponen-komponen :  $F_x$ ,  $F_z$  dan  $M$  sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dm} \dot{m} + \frac{dX}{d\dot{m}} \ddot{m} + \frac{dX}{du} \dot{u} + \frac{dX}{d\dot{u}} \ddot{u} + \frac{dX}{dw} \dot{w} + \frac{dX}{d\dot{w}} \ddot{w} + \frac{dX}{dq} \dot{q} + \frac{dX}{d\dot{q}} \ddot{q} + \frac{dX}{d\delta_S} \dot{\delta}_S + \frac{dX}{d\delta_S} \ddot{\delta}_S + \frac{dX}{d\delta_{pu}} \dot{\delta}_{pu} + \frac{dX}{d\delta_{pu}} \ddot{\delta}_{pu} = \\ u_0 \dot{m} + m(\dot{u} - w_0 q + g \cos \Theta_0 \theta) \end{aligned} \quad (2.74a)$$

$$\begin{aligned} \frac{dZ}{dm} \dot{m} + \frac{dZ}{d\dot{m}} \ddot{m} + \frac{dZ}{du} \dot{u} + \frac{dZ}{d\dot{u}} \ddot{u} + \frac{dZ}{dw} \dot{w} + \frac{dZ}{d\dot{w}} \ddot{w} + \frac{dZ}{dq} \dot{q} + \frac{dZ}{d\dot{q}} \ddot{q} + \frac{dZ}{d\delta_S} \dot{\delta}_S + \frac{dZ}{d\delta_S} \ddot{\delta}_S + \frac{dZ}{d\delta_{pu}} \dot{\delta}_{pu} + \frac{dZ}{d\delta_{pu}} \ddot{\delta}_{pu} = \\ -w_0 \dot{m} + m(-\dot{w} - u_0 q + g \sin \Theta_0 \theta) \end{aligned} \quad (2.74b)$$

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dm} \dot{m} + \frac{dM}{d\dot{m}} \ddot{m} + \frac{dM}{du} \dot{u} + \frac{dM}{d\dot{u}} \ddot{u} + \frac{dM}{dw} \dot{w} + \frac{dM}{d\dot{w}} \ddot{w} + \frac{dM}{dq} \dot{q} + \frac{dM}{d\dot{q}} \ddot{q} + \frac{dM}{d\delta_S} \dot{\delta}_S + \frac{dM}{d\delta_S} \ddot{\delta}_S + \frac{dM}{d\delta_{pu}} \dot{\delta}_{pu} + \frac{dM}{d\delta_{pu}} \ddot{\delta}_{pu} = I_{yy} \dot{q} \end{aligned} \quad (2.74c)$$



Sedangkan komponen-komponen  $F_r$ ,  $L$ , dan  $N$  akan menghasilkan persamaan gerakan lateral sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dm} \ddot{m} + \frac{dY}{dm} \dot{\ddot{m}} + \frac{dY}{dv} \ddot{v} + \frac{dY}{dv} \dot{\ddot{v}} + \frac{dY}{dr} \ddot{r} + \frac{dY}{dr} \dot{\ddot{r}} + \frac{dY}{dp} \ddot{p} + \frac{dY}{dp} \dot{\ddot{p}} + \frac{dY}{d\delta_p} \ddot{\delta_p} + \frac{dY}{d\delta_p} \dot{\ddot{\delta_p}} + \frac{dY}{d\delta_R} \ddot{\delta_R} + \frac{dY}{d\delta_R} \dot{\ddot{\delta_R}} = \\ -v \ddot{m} + m(-\ddot{v} - u_0 \ddot{r} - g \cos \Theta_0 \phi) \end{aligned} \quad (2.75a)$$

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dm} \ddot{m} + \frac{dL}{dm} \dot{\ddot{m}} + \frac{dL}{dv} \ddot{v} + \frac{dL}{dv} \dot{\ddot{v}} + \frac{dL}{dr} \ddot{r} + \frac{dL}{dr} \dot{\ddot{r}} + \frac{dL}{dp} \ddot{p} + \frac{dL}{dp} \dot{\ddot{p}} + \frac{dL}{d\delta_R} \ddot{\delta_R} + \frac{dL}{d\delta_R} \dot{\ddot{\delta_R}} + \frac{dL}{d\delta_{pu}} \ddot{\delta_{pu}} + \frac{dL}{d\delta_{pu}} \dot{\ddot{\delta_{pu}}} = I_{xx} \ddot{p} \end{aligned} \quad (2.75b)$$

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dm} \ddot{m} + \frac{dN}{dm} \dot{\ddot{m}} + \frac{dN}{dv} \ddot{v} + \frac{dN}{dv} \dot{\ddot{v}} + \frac{dN}{dr} \ddot{r} + \frac{dN}{dr} \dot{\ddot{r}} + \frac{dN}{dp} \ddot{p} + \frac{dN}{dp} \dot{\ddot{p}} + \frac{dN}{d\delta_R} \ddot{\delta_R} + \frac{dN}{d\delta_R} \dot{\ddot{\delta_R}} + \frac{dN}{d\delta_{pu}} \ddot{\delta_{pu}} + \frac{dN}{d\delta_{pu}} \dot{\ddot{\delta_{pu}}} = I_{zz} \ddot{r} \end{aligned} \quad (2.75c)$$

Pada tugas akhir ini titik berat analisa adalah gerakan yang mencakup gerakan yawing, yaitu pada gerakan lateral. Analisa gerakan longitudinal tidak dibahas disini.

### II.3.3.3. Persamaan output gerak lateral

Sebagaimana penjelasan di atas, bahwa pembahasan masalah dari persamaan model state space dari sistem pengendalian gerak kapal selam hanya dititik-beratkan pada gerakan lateral, maka berikut ini akan dijelaskan dan diturunkan persamaan state space dari model outputnya. Dalam bentuk persamaan matriks seperti pada persamaan state di atas, maka persamaan outputnya adalah :

$$y = Cx + Du \quad (2.76)$$

dimana :  $y$  = vektor output.

$x$  = vektor state.

$C$  = matriks output.

$D$  = matriks trim

$u$  = vektor input.

Respon dari kapal selam dengan adanya input diuraikan dengan menggunakan persamaan output. Untuk pemodelan sistem yang dipakai pada kasus ini, elemen matriks  $C$  hanya terdiri dari satu elemen yang bukan nol dan elemen itu merupakan nilai satuan, dan elemen matriks  $D$  adalah nol. Dengan demikian untuk masing-masing variabel state  $v, r$ , dan  $p$ , maka matriks  $C$  berturut-turut adalah sebagai berikut :

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.77a)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.77b)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.77c)$$

### II.3.3.3.1. Analisa gerakan lateral.

Dari persamaan (2.75a) sampai dengan (2.75c) dengan menerapkan teorema gangguan kecil pada keadaan tunak, dimana perubahan massa  $\dot{m} = 0$ , dapat dibuat persamaan gerakan lateral sebagai berikut :

$$Y_v \tilde{v} + Y_{\dot{v}} \dot{\tilde{v}} + Y_r \tilde{r} + Y_{\dot{r}} \dot{\tilde{r}} + Y_p \tilde{p} + Y_{\dot{p}} \dot{\tilde{p}} + Y_R \delta_R + Y_{\dot{R}} \dot{\delta}_R = m_0 (-\dot{\tilde{v}} - u_0 r - g \cos \Theta_0 \phi) \quad (2.78a)$$

$$L_v \tilde{v} + L_{\dot{v}} \dot{\tilde{v}} + L_r \tilde{r} + L_{\dot{r}} \dot{\tilde{r}} + L_p \tilde{p} + L_{\dot{p}} \dot{\tilde{p}} + L_{\delta_R} \delta_R + L_{\dot{\delta}_R} \dot{\delta}_R = I_{xx} \dot{\tilde{p}} \quad (2.78b)$$

$$N_v \tilde{v} + N_{\dot{v}} \dot{\tilde{v}} + N_r \tilde{r} + N_{\dot{r}} \dot{\tilde{r}} + N_p \tilde{p} + N_{\dot{p}} \dot{\tilde{p}} + N_{\delta_R} \delta_R + N_{\dot{\delta}_R} \dot{\delta}_R = I_{zz} \dot{\tilde{r}} \quad (2.78c)$$

Pada keadaan tunak lateral  $\Theta_0 = 0$  dan kapal selam stabil statis sehingga gerakan rolling dianggap nol, dan selain itu percobaan-percobaan mengenai test kopel dan gerakan planar pada model-model kapal menunjukkan bahwa gaya-gaya dan momen hidrodinamik umumnya linier terhadap percepatan dan nonlinier terhadap kecepatan, maka didapatkan persamaan :

$$Y_v \tilde{v} + Y_r \tilde{r} + Y_p \tilde{p} + Y_R \delta_R = m_0 (-\dot{\tilde{v}} - u_0 r) \dots \dots \dots (2.79a)$$

$$L_v \tilde{v} + L_r \tilde{r} + L_p \tilde{p} + L_{\delta_R} \delta_R = I_{xx} \dot{\tilde{p}} \dots \dots \dots (2.79b)$$

$$N_v \tilde{v} + N_r \tilde{r} + N_p \tilde{p} + N_{\delta_R} \delta_R = I_{zz} \dot{\tilde{r}} \dots \dots \dots (2.79c)$$

Persamaan (2.79a) dapat juga dinyatakan dalam bentuk :

$$Y_v \tilde{v} + (Y_r + u_0) \tilde{r} + Y_p \tilde{p} + Y_R \delta_R = m_0 (-\dot{\tilde{v}}) \dots \dots \dots (2.80)$$



Pada umumnya data-data yang diperlukan dalam analisa dan perancangan sistem merupakan data-data yang tidak berdimensi. Dengan merubah ke dalam bentuk nondimensi menggunakan tabel yang terdapat pada lampiran-5, maka didapatkan persamaan sebagai berikut :

$$\dot{v}' = \frac{1}{m_0'} \left( Y_v' v' + (Y_r' + m_0') r' + Y_p' p' + Y_R' \delta_R \right) \dots \dots \dots (2.81a)$$

$$\dot{r}' = \frac{\rho S_L L^3}{2 I_z'} \left( N_v' v' + N_r' r' + N_p' p' + N_R' \delta_R \right) \dots \dots \dots (2.81b)$$

$$\dot{p}' = \frac{\rho S_L L^3}{2 I_x'} \left( L_v' v' + L_r' r' + L_p' p' + L_R' \delta_R \right) \dots \dots \dots (2.81c)$$

Sehingga bisa dibuat persamaan ruang keadaan sebagai berikut :

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

dengan

$$A = \begin{bmatrix} \frac{Y_v'}{m_0'} & \frac{Y_r' - m_0'}{m_0'} & \frac{Y_p'}{m_0'} \\ \frac{N_v'}{A I_z'} & \frac{N_r'}{A I_z'} & \frac{N_p'}{A I_z'} \\ \frac{L_v'}{A I_x'} & \frac{L_r'}{A I_x'} & \frac{L_p'}{A I_x'} \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} v' \\ r' \\ p' \end{bmatrix}$$



$$B = \begin{bmatrix} \frac{Y}{\delta R} \\ m_0 \\ \frac{N}{\delta R} \\ \frac{A I_z}{L} \\ \frac{L}{A I_x} \end{bmatrix} \quad U = [\delta R] \quad (2.82)$$

Jika harga  $A I_z$  dan  $A I_x$  dinyatakan juga dalam bentuk nondimensi dengan :

$$I_x = m k_x^2$$

$$I_z = m k_z^2$$

dan  $m = m' (1/2 \cdot r \cdot S_L \cdot L)$ .

$$k = k' \cdot L$$

maka diperoleh bahwa :

$$\begin{aligned} A I_z &= \frac{1}{\frac{1}{2} \rho S_L L^3} m k_z^2 \\ &= \frac{1}{\frac{1}{2} \rho S_L L^3} m' (1/2 \cdot r \cdot S_L \cdot L) k_z'^2 L^2 \\ &= m' k_z'^2 \end{aligned} \quad (2.83)$$

dengan cara yang sama diperoleh juga untuk :

$$A I_x = m' k_x'^2$$

Sehingga matriks koefisien pada persamaan keadaan berubah menjadi :

$$A = \begin{bmatrix} \frac{Y'_v}{m'} & \frac{Y'_r - m'_0}{m'_0} & \frac{Y'_p}{m'_0} \\ \frac{N'_v}{m' k_z'^2} & \frac{N'_r}{m' k_z'^2} & \frac{N'_p}{m' k_z'^2} \\ \frac{L'_v}{m' k_x'^2} & \frac{L'_r}{m' k_x'^2} & \frac{L'_p}{m' k_x'^2} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{Y'_{\delta R}}{m'_0} \\ \frac{N'_{\delta R}}{m' k_z'^2} \\ \frac{L'_{\delta R}}{m' k_x'^2} \end{bmatrix}$$

(2.34)



# BAB III

## MODEL DISKRIT, IDENTIFIKASI SISTEM DAN PENGATUR

### III.1. Struktur model stokastik.

#### III.1.1. Model diskrit.

Model input output sistem diskrit dinamakan juga fungsi alih pulsa dan untuk sistem single input single output, linier time invariant diberikan dalam persamaan :

$$Y(z) = H(z) U(z) \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + b_1 z + \dots + b_m z^m}{a_1 + a_2 z + \dots + a_n z^n} \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

Dalam permasalahan praktis sering dinyatakan sebagai :

$$Y(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(z) \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

dengan *polinom-z*,  $A(z^{-1})$  atau  $B(z^{-1})$  didefinisikan sebagai berikut :

$$\left. \begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + \sum_{i=1}^{n_a} a_i z^{-i} \\ B(z^{-1}) &= \sum_{i=1}^{n_b} b_i z^{-i} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

dimana,  $n_a$  dan  $n_b$  adalah orde dari *polinom-z*,  $A(z^{-1})$  dan  $B(z^{-1})$ .

Bila sistem memiliki faktor perlambatan  $d$  satu satuan waktu *periode sampling*, maka persamaan (3.3) dapat dituliskan sebagai :

$$Y(z) = \frac{z^{-d} B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(z) \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

Jika persamaan (3.4) disubsitusikan ke dalam persamaan (3.5) maka model diskritnya menjadi :

$$Y(z) + a_1 z^{-1} Y(z) + \dots + a_{N_a} z^{-N_a} Y(z) = b_1 z^{-1-d} u(z) + \dots + b_{N_b} z^{-N_b-d}$$

dan transformasi  $z$  balik dari persamaan sistem diskrit dalam domain waktu sebagai berikut,

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{N_a} y(t-N_a) = b_1 u(t-1-d) + \dots + b_{N_b} u(t-N_b-d)$$

atau dengan menggunakan operator perlambatan,  $q^{-k}$  :

$$q^{-k} y(t) = y(t-k)$$

dengan  $z^{-k} \cong q^{-k}$ , maka persamaan (3.5) menjadi :

$$Y(t) = \frac{z^{-d} B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) \quad (3.6)$$

dari persamaan (3.6) terlihat bahwa *polinom*  $B(q^{-1})$  ditambah dengan faktor *delay*  $d$ , hal ini menunjukkan bahwa pada kenyataannya semua sistem diskrit selalu mempunyai faktor keterlambatan, minimal satu satuan *periode sampling*.

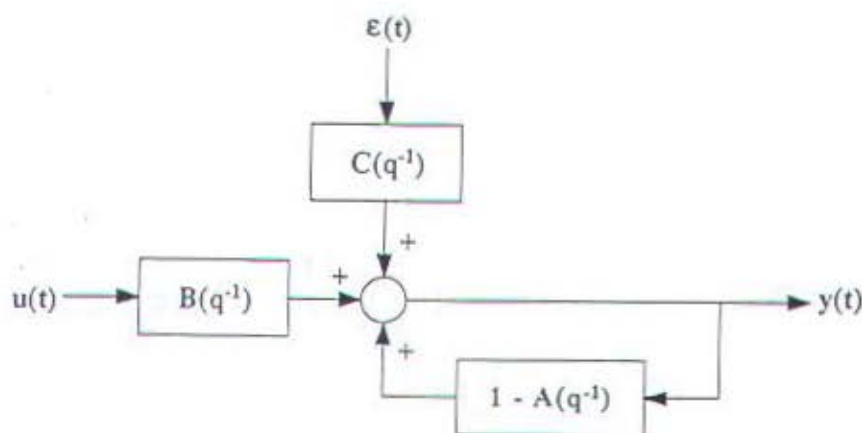
### III.1.2. Model Sistem dan Gangguan

Sistem yang benar-benar *deterministik* kenyataannya tidak ditemukan dalam kehidupan sehari-hari, sehingga dalam pemodelan sistem untuk perancangan sistem pengatur perlu diperhitungkan pengaruh dari gangguan sistem.

Jika sistem dieksitasi dengan input random, maka sistem disebut *Auto Regresif* dengan input *eXogen* (*Autoregresif Moving Average Model with Exogenous inputs*) atau **ARMAX**. Persamaan modelnya seperti di bawah, dengan  $A(\cdot)$ ,  $B(\cdot)$ , dan  $C(\cdot)$  adalah polinomial dalam  $q^{-1}$ , dan  $\{e(t)\}$  adalah *white noise*.

$$\underbrace{A(q^{-1})}_{AR} y(t) = \underbrace{B(q^{-1})}_X u(t) + \underbrace{C(q^{-1})}_{MA} \varepsilon(t) \quad ^{1)} \dots\dots\dots (3.7)$$

Model ARMAX biasanya disingkat menjadi  $\text{ARMAX}(N_a, N_b, N_c)$ , yang menyajikan bentuk umum dari model filter-filter digital. Secara jelas dapat dilihat pada gambar 3.1.



Gambar 3.1. Modul input-output ARMAX

<sup>1)</sup> Candy, James V., SIGNAL PROCESSING : THE MODEL BASED APPROACH, Mc. Graw Hill Book Co., New York, 1986, hal. 29.



Dari persamaan (3.7) dapat diperoleh struktur-struktur berikut :

a. Model *Infinite Impuls Response* (IIR),

dengan  $C(.) = 0$ , atau ARMAX ( $N_a, N_b, 0$ ).

$$A(q^{-1}) y(t) = B(q^{-1}) u(t)$$

b. Model *Finite Impuls Response* (FIR),

dengan  $A(.) = 1$ ,  $C(.) = 0$ , atau ARMAX ( $1, N_b, 0$ ).

$$y(t) = B(q^{-1}) u(t)$$

c. Model *Autoregresif* (AR),

dengan  $B(.) = 0$ ,  $C(.) = 1$ , atau ARMAX ( $N_a, 0, 1$ ).

$$A(q^{-1}) y(t) = e(t)$$

d. Model *Moving-Average* (MA),

dengan  $A(.) = 1$ ,  $B(.) = 0$ , atau ARMAX ( $1, 0, N_c$ ).

$$y(t) = C(q^{-1}) e(t)$$

e. Model *Autoregresif Moving Average* (ARMA),

dengan  $B(.) = 0$ , atau ARMAX ( $N_a, 0, N_c$ ).

$$A(q^{-1}) y(t) = C(q^{-1}) e(t)$$

f. Model *Autoregresif* dengan input eksogen (ARX),

dengan  $C(.) = 1$  atau ARMAX ( $N_a, N_b, 1$ ).

$$A(q^{-1}) y(t) = B(q^{-1}) u(t) + e(t)$$

### III.1.3. Model Regresi linier

Untuk memudahkan dalam penulisan model sistem atau proses, maka format penulisan struktur model ARMAX di atas seringkali dituliskan dalam bentuk berikut :

$$y(t) = \theta^T \phi(t+1) + \varepsilon(t) \quad (3.8)$$

dengan :

$$\{\varepsilon(t)\} \sim N[0, \sigma_e^2]$$

$$\theta = [a_1 \cdots a_{N_a} \quad b_1 \cdots b_{N_b} \quad c_1 \cdots c_{N_c}]^T \quad (3.9)$$

$$\phi(t-1) = \begin{bmatrix} -y(t-1) & \cdots & -y(t-N_a) \\ u(t-1-d) & \cdots & u(t-N_b-d) \\ \varepsilon(t-1) & \cdots & \varepsilon(t-N_b) \end{bmatrix}^T$$

terlihat bahwa orde sistem dengan model *regresi Linier* adalah penjumlahan polinomial A, B dan C ( $N_a + N_b + N_c$ ).

### III . 2. Identifikasi sistem

Identifikasi sistem adalah suatu proses yang dilakukan untuk merekonstruksi model dan mengestimasi parameter-parameter model sehingga didapatkan model yang terbaik berdasarkan data-data eksperimen.

Langkah-langkah dalam melakukan identifikasi sistem adalah :

- a. perencanaan eksperimen
- b. pemilihan struktur model
- c. estimasi parameter
- d. validasi model

Pelaksanaan prosedur identifikasi dilakukan secara iteratif. Untuk melaksanakan prosedur identifikasi diperlukan pengetahuan pendahuluan tentang dinamika dan gangguan sistem.

#### a. Perencanaan eksperimen

Metode identifikasi tertentu membutuhkan data input dan output pada saat sistem beroperasi untuk mengestimasi parameter model yang diinginkan. Namun kadangkala tidak semua parameter tersebut diperoleh, mungkin sistem tidak dapat diidentifikasi, sehingga diperlukan perencanaan eksperimen.

#### b. Struktur Model

Struktur model didapatkan dari pengetahuan pendahuluan mengenai proses dan gangguan. Pada kebanyakan kasus, mulanya proses digambarkan sebagai sistem yang linear dalam range operasi tertentu. Representasi general dari sistem linear dinamakan model kotak hitam. Sebagai contoh adalah model persamaan beda berikut,

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k) + C(q^{-1})\varepsilon(k)$$

dengan  $y$  adalah output,  $u$  adalah input dan  $\varepsilon$  adalah model. Parameter dan orde model dianggap sebagai parameter yang tidak diketahui.

#### c. Metode Estimasi Parameter

Untuk menyelesaikan masalah estimasi parameter diperlukan :

- data input dan output proses
- kelas model
- kriteria



Estimasi parameter dapat dirumuskan sebagai masalah optimasi, di mana model terbaik adalah model yang paling mewakili data berdasarkan kriteria yang dipilih.

Secara umum metode identifikasi dibagi dua, yaitu metode *off-line* dan metode *on-line*. Metode dikatakan *off-line* jika data input-output dari hasil pengukuran dikumpulkan terlebih dahulu kemudian diproses untuk mengestimasi parameter model. Metode *off-line* sangat fleksibel dalam pemilihan metode perhitungan tanpa ada batasan waktu hitungan.

Metode identifikasi diklasifikasikan sebagai *on-line* jika dilakukan pada saat sistem beroperasi memenuhi kriteria berikut :

- tidak memerlukan sinyal input khusus
- tidak memerlukan penyimpanan data input-output
- menggunakan algoritma *rekursif*, yaitu mengestimasi parameter model berdasarkan data yang baru dan parameter yang telah diestimasi sebelumnya
- adanya batasan waktu yaitu waktu perhitungan harus lebih pendek dari waktu *sampling* yang digunakan

#### d. Validasi model

Setelah model didapatkan dari proses identifikasi, perlu diadakan pengujian untuk mengetahui ketepatan dari model tersebut. Salah satu cara untuk melakukan validasi model adalah dengan melakukan test untuk *whiteness*. Model valid jika residunya membentuk deretan *white-noise* dengan mean nol dan varians sekecil mungkin.

### e. Kriteria

Pada saat merumuskan masalah identifikasi, harus dipilih suatu kriteria. Kriteria ini digunakan untuk mengukur seberapa baik model mewakili data eksperimen. Kriteria untuk sistem diskrit dinyatakan dalam persamaan berikut :

$$J(\theta) = \sum_{k=1}^N g[\varepsilon(k)] \quad \dots\dots\dots(3.10)$$

dengan  $\varepsilon$  adalah *input error*, *output error* atau *prediksi error*. Fungsi  $g(\cdot)$  biasanya dipilih fungsi kuadratik, tapi bisa juga dipakai fungsi yang lain.

### III.2.1. Estimasi *Rekursif Least Square*

Prinsip metode *least square* telah dirumuskan oleh Gauss sebagai berikut :

*"jumlah kuadrat beda antara nilai pengamatan dan nilai perhitungan yang dikalikan dengan jumlah ukuran derajat ketepatan minimum".*

Jika diasumsikan bahwa variabel hitung  $y$  diberikan oleh persamaan :

$$\hat{y} = \theta_1 \varphi_1(t) + \theta_2 \varphi_2(t) + \dots + \theta_n \varphi_n(t) = \theta \varphi(t) \quad \dots\dots(3.11)$$

di mana  $j_1, j_2, j_3, \dots, j_n$  adalah fungsi yang telah diketahui dan  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$  adalah parameter-parameter yang nilainya belum diketahui. Di mana variabel  $j_i$  disebut juga dengan variabel regresi atau regresor.

Permasalahan selanjutnya adalah menentukan variabel yang ditentukan dari persamaan model  $\hat{y}(t+1) = \hat{\theta}^T \phi$  (dengan nilai-nilai eksperimen  $\phi_i$ ,  $\theta_i$  yang sedekat mungkin dengan variabel-variabel yang terukur  $y_i$ ).

Jika nilai-nilai dari semua hasil pengukuran diasumsikan mempunyai kepresisian yang sama, maka diharapkan nilai dari fungsi kesalahan/indeks performansinya

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \varepsilon(i)^2 \quad \dots\dots\dots (3.12)$$

adalah minimum, di mana :

$$\varepsilon = y_i - \hat{y}_i = y_i - \theta_1 \phi_1(i) - \dots - \theta_n \phi_n(i) ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \dots\dots (3.13)$$

dan untuk memudahkan dalam perhitungan, maka didefinisikan notasi-notasi vektor berikut,

$$\phi = (\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_n)$$

$$\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n)^T$$

$$y = (y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)^T$$

$$\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots, \varepsilon_n)^T$$

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi(1) \\ \vdots \\ \phi(n) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3.14)$$



Persamaan fungsi kesalahan  $J$  (persamaan 3.12) dapat dituliskan dalam bentuk

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \varepsilon^T \varepsilon = \frac{1}{2} \|\varepsilon\|^2 \quad \text{..... (3.15)}$$

dimana ;

$$\varepsilon = y - \hat{y} = y - \phi \theta \quad \text{..... (3.16)}$$

dengan mensubsitusikan persamaan (3.16), maka persamaan (3.15) menjadi :

$$\begin{aligned} 2J(\theta) &= [y - \phi \theta]^T [y - \phi \theta] \\ &= y^T y - y^T \phi \theta - \phi^T \theta^T y + \theta^T \phi^T \phi \theta \quad \text{..... (3.17)} \end{aligned}$$

karena matrik  $\phi^T \phi$  selalu *definit non negatif*, maka fungsi  $J$  mempunyai nilai minimum. Dimana untuk meminimumkan fungsi  $J$ , maka persamaan diatas diturunkan terhadap  $\theta$  dengan nilai turunannya adalah nol dan diperoleh :

$$\frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} = \phi^T y - \phi^T \phi \theta \quad \text{..... (3.18)}$$

dengan menyelesaikan persamaan (3.18), maka diperoleh nilai  $\theta$  yang optimum.

$$\hat{\theta} = [\phi^T \phi]^{-1} \phi^T y = \phi^+ y \quad \text{..... (3.19)}$$

di mana matrik  $\phi^+ = [\phi^T \phi]^{-1} \phi^T$ , disebut *pseudoinvers* dari  $\phi$ , jika matrik  $\phi^T \phi$  non singular. Sedangkan persamaan  $\phi^+ y$  disebut persamaan normal.

Metode *Least Square* ini dapat digunakan untuk mengidentifikasi parameter-parameter sistem dinamis yang mempunyai sinyal input  $u(t)$  dan sinyal output  $y(t)$ . Dimana kedua sinyal tersebut disampel dalam waktu diskrit  $t = 1, 2, 3, \dots$  dimana nilai-nilai sampel tersebut mempunyai relasi dalam persamaan beda sebagai berikut :

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_n y(t-n) = b_1 u(t-1) + \dots + b_m y(k-m) + \varepsilon(t) \quad (3.20)$$

atau

$$A(q^{-1}) y(t) = B(q^{-1}) u(t) + e(t) \quad (3.21)$$

di mana  $\varepsilon(t)$  adalah gangguan sembarang yang tidak diketahui sifat-sifatnya dan  $A(q^{-1})$  serta  $B(q^{-1})$  adalah polinomial dengan argumen  $q^{-1}$ .

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{N_a} q^{-N_a}$$

$$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{N_b} q^{-N_b}$$

dengan  $q^{-1}$  adalah operator delay yang mempunyai sifat

$$q^{-1} y(t) = y(t-1) \quad (3.22)$$

Model persamaan (3.20) atau (3.21) menjelaskan hubungan dinamis antara sinyal-sinyal input dan output. Parameter-parameter model dalam kedua persamaan dapat dinyatakan dalam vektor parameter

$$\theta = [a_1 \dots a_{N_a} \quad b_1 \dots b_{N_b}]$$

dengan

$$j = [-y(t) \dots -y(t-N_a+1) \quad u(t) \dots u(t-N_b+1)]$$

dan

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi(n+1) \\ \vdots \\ \phi(N) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.23)$$

Apabila estimator dianggap konsisten, efisien serta sistem adalah benar-benar *deterministik*, maka estimator akan merupakan *sub-set* dari ruang  $R^N$  :

$$\hat{y} = \phi \hat{\theta} \dots\dots\dots(3.24)$$

Dengan demikian fungsi kriteria  $J(N)$  adalah kuadrat jarak  $\hat{y}$  dan  $y$ . Selanjutnya, jika vektor parameter  $\hat{\theta}$  memenuhi persamaan normal (3.19), maka prediksi error  $(y - \hat{y})$  haruslah tegak lurus pada bidang  $\phi$

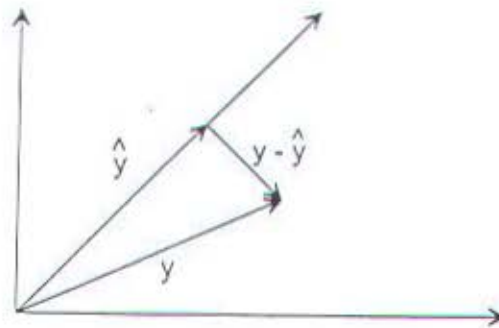
$$[\phi^T \phi] \hat{\theta}(t) - \phi^T y = 0 \dots\dots\dots(3.25)$$



atau

$$\phi^T(\hat{y} - y) = 0 \quad \dots\dots\dots (3.26)$$

Ini berarti bahwa, jika sistem adalah benar-benar *deterministik*, maka prediksi error adalah nol. Interpretasi geometrik tersebut dilukiskan pada gambar 3.2.



Gambar 3.2  
Interpretasi geometrik estimator non-rekursif.

Algoritma estimasi vektor parameter dari persamaan (3.19) dapat dinyatakan sebagai algoritma rekursif dengan penurunan sebagai berikut :

Untuk pengukuran sampai dengan  $t+1$ , dengan

$$\phi(t+1) = \begin{bmatrix} \phi(t) \\ \phi(t+1) \end{bmatrix} ; \quad y(t+1) = \begin{bmatrix} y(t) \\ y(t+1) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3.27)$$

persamaan (3.19) menjadi

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t+1) &= [\phi^T(t+1) \phi(t+1)]^{-1} \phi^T(t+1) y(t+1) \\ &= [\phi^T(t) \phi(t) + \phi^T(t+1) \phi(t+1)]^{-1} \xi [\phi^T(t) y(t) + \phi^T(t+1) y_{t+1}] \end{aligned} \quad (3.28)$$

dengan menghilangkan argumen  $t$  pada  $\phi(t)$  dan  $y(t)$  ada argumen  $t + 1$  pada,  $\phi(t+1)$  maka persamaan (3.28) menjadi :

$$\begin{aligned}\hat{\theta}(t+1) &= [\phi^T \phi + \phi^T \phi]^{-1} \phi^T(t+1) y(t+1) \\ &= (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T y + [(\phi^T \phi + \phi^T \phi)^{-1} - (\phi^T \phi)^{-1}] \phi^T y + (\phi^T \phi + \phi^T \phi)^{-1} \phi^T y_{t+1}\end{aligned}\quad (3.29)$$

atau

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + K(t)[y_{t+1} - \phi(t+1)^T \hat{\theta}(t)] \quad (3.30)$$

di mana

$$\begin{aligned}K(t) &= [\phi^T(t) \phi(t) + \phi^T(t+1) \phi(t+1)]^{-1} \phi^T(t+1) \\ &= [\phi^T(t+1) \phi(t+1)]^{-1} \phi^T(t+1)\end{aligned}\quad (3.31)$$

untuk memperoleh persamaan rekursif dengan faktor pemberat  $K(t)$ , maka perlu besaran baru  $F$  yang didefinisikan sebagai berikut

$$F(t) = [\phi^T(t) \phi(t)]^{-1} \quad (3.32)$$

atau

$$F(t+1)^{-1} = F(t)^{-1} + \phi(t) \phi^T(t) \quad (3.33)$$

terlihat bahwa persamaan (3.3) mengandung inversi matrik, hal ini akan menyebabkan waktu komputasi yang lama. Oleh karena itu inversi tersebut harus dihilangkan, yaitu dengan menggunakan "Lemma inversi matrik".

Dengan menggunakan Lemma 3.1 diperoleh

$$F(t+1) = F(t) - F(t) \varphi(t+1) \times [I + \varphi(t+1) F(t) \varphi(t+1)]^{-1} \varphi(t+1) F(t) \quad (3.34)$$

sehingga persamaan (3.33) menjadi

$$\begin{aligned} K(t) &= F(t) \varphi(t)^T \\ &= F(t-1) \varphi(t) [I + \varphi(t) F(t-1) \varphi(t)]^{-1} \quad \dots\dots\dots (3.35) \end{aligned}$$

dengan mensubsitusikan persamaan (3.35) ke persamaan (3.34), diperoleh

$$F(t) = [I - K(t) \varphi(t)] F(t-1) \quad \dots\dots\dots (3.36)$$

Ikhtisar dari metode *Least Square* adalah sebagai berikut :

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + K(t) [y_{t+1} - \varphi(t+1)^T \hat{\theta}(t)] \quad \dots\dots\dots (3.37)$$

$$F(t) = [I - K(t) \varphi(t)] F(t-1) \quad \dots\dots\dots (3.38)$$

$$K(t) = F(t-1) \varphi(t) [I + \varphi(t) F(t-1) \varphi(t)]^{-1} \quad \dots\dots\dots (3.39)$$

di mana  $F(t)$  adalah "Gain Adaptasi" dan  $K(t)$  adalah "Gain Filter Kalman".



### III.2.2 Metode *Extended Least Square*

Metode *Rekursif Least Square* akan memberikan hasil yang bagus pada sistem *deterministik* ataupun untuk sistem dengan gangguan *White Noise*. Sedangkan untuk sistem dengan model gangguan dipakai metode *Extended Least Square*.

Dimana pada dasarnya estimator parameter *Extended Least Square* adalah estimator parameter *Rekursif Least Square* untuk proses ARMAX berikut

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-d) + C(q^{-1})\varepsilon(t) \quad (3.40)$$

sehingga harga prediksi output sistem ARMAX adalah

$$\hat{y}(t) = \hat{\theta}^T \phi_{\varepsilon}(t-1) \quad (3.41)$$

dengan vektor parameter  $(\theta)$  dan vektor informasi  $(\phi)$  sistem berturut-turut diberikan oleh

$$\hat{\theta}(t) = [a_1 \dots a_{N_a} \quad b_1 \dots b_{N_b} \quad c_1 \dots c_{N_c}]$$

$$\phi_{\varepsilon}(t-1) = [-y(t-1) \dots -y(t-N_a) \quad u(t-1-d) \dots u(t-N_b-d) \quad \varepsilon(t-1) \dots \varepsilon(t-N_c)]^T$$

$$\text{di mana : } \varepsilon(t) = y(t) - \hat{\theta}^T \phi_{\varepsilon}(t-1) \quad (3.42)$$

Selanjutnya dengan model sistem pada persamaan (3.41) dan (3.42), estimator *Rekursif Least Square* (RLS) dapat dipergunakan dengan menggantikan  $\phi(t)$  dengan  $\phi_{\varepsilon}(t)$ . Sehingga diperoleh

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + K(t+1)\varepsilon(t+1) \quad (3.43)$$

$$K(t+1) = F(t)\phi_{\varepsilon}(t+1) \left[ 1 + \phi_{\varepsilon}^T(t+1)F(t)\phi_{\varepsilon}(t+1) \right]^{-1} \quad (3.44)$$

$$F(t+1) = F(t) - K(t+1)\phi_{\varepsilon}^T(t+1)F(t) \quad (3.45)$$

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \phi_{\varepsilon}^T(t+1)\hat{\theta}(t) \quad (3.46)$$

### III.2.3 Matrik Instrumental

Tinjau model yang disajikan dalam persamaan (3.11) kelemahan dari algoritma *Least Square* adalah vektor  $\phi^T(t)$  dan  $\varepsilon(t)$  berkorelasi. Hal ini dapat menyebabkan  $\hat{\theta}$  tidak konvergen ke  $q$ . Dalam kasus seperti ini, kita harus mengganti  $\phi^T(t)$  dalam persamaan (3.11) dengan vektor  $x(t)$  sedemikian rupa sehingga  $\phi(t)$  dan  $\varepsilon(t)$  tidak berkorelasi.

Algoritma estimasi  $q(t)$  dengan metode matrik instrumental ditunjukkan pada persamaan di bawah ini<sup>2)</sup>,

$$\hat{\theta}(t) = \left[ \sum_{i=1}^t x(i) \phi^T(i) \right]^{-1} \left[ \sum_{i=1}^t x(i) y(i) \right] \quad (3.47)$$

atau

$$\hat{\theta}(t) = [x^T \phi] x^T y \quad (3.48)$$

Dengan membandingkan persamaan (3.19) dengan persamaan (3.48) maka  $x(i)$  berdimensi sama dengan  $\phi(i)$ , di mana  $x(i)$  adalah matrik Instrumental.

$$\hat{\theta}(t) = \theta(t) + \left[ \sum_{i=1}^t x(i) \phi^T(i) \right]^{-1} \left[ \sum_{i=1}^t x(i) \varepsilon(i) \right] \quad (3.49)$$

$\hat{\theta}$  cenderung menuju  $q$  hanya jika

$$E \left\{ x(i) \phi^T(i) \right\} = R, \quad R \text{ non singular} \quad (3.50)$$

<sup>2)</sup> Ramelli, Meohammad, CONTRIBUTION AU DEVELOPPEMENT D'UNE COMMANDE OPTIMALE PAR PLACEMENT DE POLES AVEC MIS EN OUVRE SUR DISPOSITIF EXPERIMENTAL, Strasbourg, 1990, hal. 19.

$$E \left\{ x(i) \phi^T(i) \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (3.51)$$

Matrik Instrumental dipilih sedemikian rupa sehingga output tidak berkorelasi dengan gangguan. Tinjau persamaan berikut

$$x_i(i) = L(q^{-1}) [ -n(t-1) \dots -n(t-N_s) \quad u(t-d) \dots u(t-N_s+1) ]^T \dots (3.52)$$

di mana  $L(q^{-1})$  adalah *filter linier* dan  $n(t)$  dihasilkan dari input yang dimasukkan ke dalam sistem linier berikut

$$D(q^{-1}) n(t) = E(q^{-1}) u(t) \quad \dots\dots\dots (3.53)$$

di mana

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_{nd} q^{-nd}$$

$$E(q^{-1}) = \varepsilon + \varepsilon_1 q^{-1} + \dots + \varepsilon_{ne} q^{-ne}$$

Dari ikhtisar algoritma Rekursif *Least Square*, maka algoritma Matrik Instrumental Rekursif dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\hat{\theta}(t+1) = \theta(t) + K(t+1) \varepsilon(t+1) \quad \dots\dots\dots (3.54)$$

$$K(t+1) = F(t) \phi(t+1) [ 1 + x^T(t+1) F(t) \phi(t+1) ] \quad \dots\dots\dots (3.55)$$

$$F(t+1) = F(t) - K(t+1) x^T(t+1) F(t) \quad \dots\dots\dots (3.56)$$

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - x^T(t+1) \theta(t) \quad \dots\dots\dots (3.57)$$



### III.2.4 Pemilihan Gain Adaptasi

Matrik Gain Adaptasi sangat menentukan pada proses identifikasi parameter plant, karena nilai dari Gain Adaptasi menunjukkan sifat dari perubahan parameter plant yang diidentifikasi (lambat atau cepat). Apabila pemilihan nilai matrik Gain Adaptasi tidak sesuai dengan tempo perubahan parameter plant, maka proses identifikasi tidak akan memberikan hasil yang valid.

Oleh karena itu, algoritma Gain Adaptasi perlu dimodifikasi setiap saat selama proses identifikasi berlangsung. Perbaikan algoritma Gain adaptasi dapat dilakukan dengan menuliskan persamaan (3.33) menjadi

$$F(t+1)^{-1} = \lambda_1(t) F(t)^{-1} + \lambda_2(t) \phi(t) \phi^T(t) \quad \dots\dots\dots (3.58)$$

di mana

$$0 < \lambda_1(t) \leq 1, \quad 0 \leq \lambda_2(t) < 2, \quad F(0) > 0 \quad \dots\dots\dots (3.59)$$

nilai  $\lambda_1(t) < 1$  menunjukkan penambahan gain adaptasi sedangkan  $\lambda_2(t) > 0$  menunjukkan pengurangan matrik Gain adaptasi. Pemilihan nilai  $\lambda_1(t)$  dan  $\lambda_2(t)$  berhubungan dengan variasi dan fungsi dari nilai matrik Gain Adaptasi.

Dengan menggunakan Lemma 2.1 invers matrik, maka persamaan (3.58) menjadi :

$$F(t+1) = \frac{1}{\lambda_1(t)} \left[ F(t) - \frac{F(t) \phi(t)^T \phi(t) F(t)}{\frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} + \phi(t)^T F(t) \phi(t)} \right] \quad \dots\dots\dots (3.60)$$

Dari persamaan (3.60) terlihat bahwa perubahan nilai matrik Gain Adaptasi tergantung dari nilai perubahan nilai  $\lambda_1(t)$  dan  $\lambda_2(t)$ . Dengan demikian untuk melakukan modifikasi pada nilai matrik Gain Adaptasi bergantung pada parameter  $\lambda_1(t)$  dan  $\lambda_2(t)$ .

Berikut ini diberikan beberapa algoritma Gain Adaptasi,

### 1. *Decreasing Gain*

Dengan mengatur harga  $\lambda_1(t)$  dan  $\lambda_2(t)$  sama dengan 1, maka diperoleh struktur Algoritma Gain adaptasi sebagai berikut :

$$F(t+1)^{-1} = F(t)^{-1} + \phi(t)\phi^T(t) \dots\dots\dots(3.61)$$

Dari persamaan (3.41) terlihat bahwa terjadi pengurangan (*decreasing*) gain, yang mana bentuk ini cocok untuk sistem dengan parameter tetap.

### 2. *Constant Fogetting Faktor*

Algoritma ini diperoleh dengan mensubsitusikan harga  $\lambda_1(t)$  dan  $\lambda_2(t)$  ke persamaan (3.58) dengan harga sebagai berikut :

$$0 < \lambda_1(t) = \lambda_1 < 1 \quad \text{dan} \quad \lambda_2(t) = 1 \quad \dots\dots\dots(3.62)$$

Di mana  $\lambda_1(t)$  dinamakan *forgetting faktor* yang dalam praktek harganya dipilih antara 0.95 sampai dengan 0.999. Algoritma ini sangat efektif diimplementasikan pada plant dengan perubahan parameter sistem yang lambat (*slowly time varying systems*).

### 3. Variabel Forgetting Faktor

Dengan mensubsitusikan  $\lambda_1(t)$  dan  $\lambda_2(t)$  ke persamaan (3.61) dengan harga :

$$\lambda_2(t) = \lambda_2, \quad 0 < \lambda_2 < 2$$

$$\lambda_1(t) = \lambda_0 \lambda_1(t-1) + 1 - \lambda_0 \quad \dots\dots\dots(3.63)$$

di mana

$$\lambda_1(0) = 0.95 - 0.999 \quad \text{dan} \quad \lambda_0 = 0.95 - 0.9999$$

Algoritma tipe ini dimaksudkan untuk mempercepat terjadinya konvergensi. Dan Algoritma ini sangat sesuai untuk sistem yang harga parameter sistemnya bervariasi.

### 4. Constant trace

Algoritma jenis ini diperoleh dengan  $\lambda_1(t)$  dan  $\lambda_2(t)$  yang dipilih sedemikian untuk memperoleh *constant trace* matrik gain sebagai berikut :

$$\text{tr } F(t+1) = \text{tr } F(t) = \text{tr } F(0) = n G I \quad \dots\dots\dots(3.64)$$

di mana :

$n$  adalah nomor parameter dan  $GI$  adalah inisial gain yang nilainya berkisar antara 0.1 - 4, sehingga persamaan (3.60) menjadi

$$\begin{aligned} \text{tr } F(t+1) &= \frac{1}{\lambda_1(t)} \text{tr} \left[ F(t) - \frac{F(t) \phi^T(t) \phi(t) F(t)}{a(t) + \phi(t)^T F(t) \phi(t)} \right] \\ &= \text{tr } F(t) \end{aligned} \quad (3.65)$$



di mana nilai dari

$$\alpha = \frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)}$$

Algoritma ini sangat cocok untuk diimplementasikan pada sistem dengan parameter-parameter yang berubah setiap saat (*time varying parameters*).

#### 5 . *Decreasing gain + Constant trace*

Untuk jenis algoritma gain adaptasi ini dipilih parameter  $\lambda_1$  dan  $\lambda_2$  dengan kondisi kombinasi dari algoritma 1 dan 4 (*decreasing gain* dan *constant trace*). Algoritma ini cocok untuk sistem non stasioner, terutama, dalam hal ini, jika tidak mempunyai informasi tentang harga parameter sistem sebenarnya. Dalam implementasinya *Constant trace* diambil pada saat *trace gain* telah mencapai suatu harga di bawah harga tertentu yang ditetapkan sebelumnya.

#### 6 . *Variabel Forgetting Faktor dan Constant Trace*

Algoritma ini diperoleh dari persamaan (3.60) dengan menetapkan parameter  $\lambda_1$  dan  $\lambda_2$  sedemikian, yang dipilih dengan kondisi kombinasi dari algoritma 3 dan 4. Dengan pemilihan *Constant Trace* pada saat harga *trace gain* adaptasi telah mencapai di bawah harga tertentu yang telah ditetapkan.

### 7. Constant gain (Gradient Algorithm)

Gain adaptasi ini diperoleh dari persamaan (3.60) dengan parameter adaptasi  $\lambda_1 = 1$  dan  $\lambda_2 = 0$ , yaitu :

$$F(t+1) = F(t) = F(0) \quad \dots\dots\dots(3.66)$$

Algoritma gain adaptasi ini sangat efektif terutama untuk sistem *stasioner* dan *non stasioner* dengan *order* atau gangguan rendah.

Karena dalam tugas akhir ini perubahan parameter plant kapal selam dianggap lambat (*slowly time varying sistem*), maka komposisi nilai variabel  $\lambda_1(t)$  dan  $\lambda_2(t)$  yang sesuai adalah dengan variabel *forgetting factor*.

### III.2.5 Forgetting faktor

*Forgetting faktor* ini digunakan untuk mengurangi pengaruh data lama terhadap parameter sistem. Besaran ini memberi bobot pada data dan merupakan ukuran kecepatan pelupaan data lama, makin kecil harga  $\lambda$  makin cepat data dilupakan. Selain itu digunakan untuk memperbaiki sensitifitas estimator. Salah satu pendekatan yang digunakan adalah dengan mengubah persamaan (3.12) menjadi

$$J = \frac{1}{2} \sum \lambda^{t-1} (Y(i) - \phi^T(i) \theta) \quad \dots\dots\dots(3.67)$$

Jika harga  $\lambda$  dijaga mendekati 1(0.999) berarti terjadi perubahan parameter secara lambat. Jika perubahan parameter dapat diketahui,  $\lambda$  dapat direset menjadi 0.95 yang berarti variasi parameter menjadi lebih cepat. Hal ini didikuti dengan perubahan harga  $\lambda$  menjadi

0.999 kembali. Dan nilai  $\lambda$  dapat dihitung melalui persamaan (3.63) atau dengan persamaan berikut

$$\lambda(t) = 0.95 \lambda(t-1) + 0.05 \times 0.999 \quad \dots\dots\dots(3.68)$$

Metode lain yang dapat dipakai untuk mencari forgetting faktor  $\lambda$  diberikan oleh Montagne et al (1986) yang nilai tergantung pada kesalahan estimasi.

$$\lambda(t) = \lambda_1(t) \lambda_2(t) \quad \dots\dots\dots(3.69)$$

$$\lambda_1(t) = \text{KLAG} \lambda_1(t-1) + (1 - \text{KLAG}) \lambda_f \quad \dots\dots\dots(3.70)$$

$$\lambda_2(t) = 1 - \frac{K_1 (\varepsilon(t))^2}{(1 - K_2 (\varepsilon(t))^2)} \quad \dots\dots\dots(3.71)$$

di mana KLAG adalah konstanta filter orde satu,  $K_1$  dan  $K_2$  adalah faktor skala dan  $\varepsilon(t)$  adalah error estimasi yang dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= y(t) - \hat{y}(t) \\ &= y(t) - \phi^T(t-1) \hat{\theta}(t-1) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(3.72)$$

Dan Ydstie et al (1985) mengusulkan perbaikan algoritma yang menjaga agar data-data pada estimatorr tidak berubah (konstan). Algoritmanya adalah sebagai berikut :

$$\lambda(t) = \frac{1}{2} \left( n(t) + (n(t))^2 + 4 w(t) \right)^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots\dots(3.73)$$

di mana

$$n(t) = 1 - \frac{w(t) \varepsilon(t)^2}{\sigma_0}$$

$$w(t) = \phi^T(t-1) F(t-1) \phi(t-1)$$



dengan  $\sigma_0$  adalah tuning parameter tipikalnya berharga 0 - 10 dan  $\varepsilon(t)$  adalah error estimasi yang diberikan oleh persamaan (3.72). Dan nilai dari forgetting faktor  $\lambda(t)$  memenuhi range nilai  $0 < \lambda(t) < 1$ .

### III . 3 Pole placement

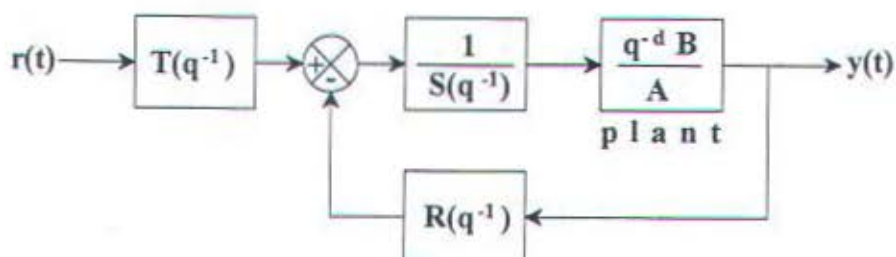
Strategi pengaturan ini didasarkan pada pengatur digital R-S-T yang dirancang untuk sisten yang stabil dan tidak stabil dengan batasan :

1. Derajat polinomial  $A (q^{-1})$  dan  $B (q^{-1})$  dari fungsi alih plant.
2. Waktu *delay* ( $d$ ).
3. Zero-zero plant (stabil atau tidak stabil).

Metode ini tidak menyederhanakan zero-zero plant, sehingga pengatur ini bisa digunakan untuk sistem yang tidak stabil. Apabila ada faktor yang sama dari polinomial  $A (q^{-1})$  dan  $B (q^{-1})$ , maka terlebih dahulu harus disederhanakan sebelum penghitungan parameter dimulai.

#### III.3.1 Struktur

Struktur sistem untai tertutup dari pengatur dengan pengatur digital R-S-T dapat dilihat pada gambar 3.3.



Gambar 3.3. Pengatur digital R-S-T.

dari gambar 3.3 dapat diturunkan persamaan regulator sebagai berikut :

$$S(q^{-1}) u(t) + R(q^{-1}) y(t) = T(q^{-1}) r(t) \quad \dots\dots\dots(3.74)$$

dengan persamaan sinyal kendali :

$$u(t) = \frac{T(q^{-1}) r(t) - R(q^{-1}) y(t)}{S(q^{-1})} \quad \dots\dots\dots(3.75)$$

di mana  $r(t)$  input step,  $u(t)$  sinyal kendali,  $y(t)$  output plant.

Dengan plant yang diatur mempunyai fungsi alih sebagai berikut :

$$H(q^{-1}) = \frac{q^{-d} B(q^{-1})}{A(q^{-1})} \quad \dots\dots\dots(3.76)$$

di mana  $d$  adalah waktu delay (dalam integer) dengan

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_n q^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = 1 + b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_m q^{-m} = q^{-1} B^*(q^{-1})$$

Sedangkan fungsi alih dari untai tertutupnya adalah

$$\begin{aligned} H_{CL}(q^{-1}) &= \frac{q^{-d} T(q^{-1}) B(q^{-1})}{A(q^{-1}) S(q^{-1}) + q^{-d} B(q^{-1}) R(q^{-1})} \\ &= \frac{q^{-d} T(q^{-1}) B(q^{-1})}{P(q^{-1})} \quad \dots\dots\dots(3.77) \end{aligned}$$

di mana

$$\begin{aligned} P(q^{-1}) &= A(q^{-1}) S(q^{-1}) + q^{-d} B(q^{-1}) R(q^{-1}) \\ &= 1 + p_1 q^{-1} + p_2 q^{-2} + \dots \quad \dots\dots\dots(3.78) \end{aligned}$$

yang dikenal sebagai pole-pole untai tertutup dan dikenal dengan "Kelakuan Regulasi".

### III.3.2 Regulasi [ Penghitungan $R(q^{-1})$ dan $S(q^{-1})$ ]

Pole-pole untai tertutup yang meliputi akar-akar dari persamaan polinomial  $P(q^{-1})$  didefinisikan sebagai performansi regulasi sistem.

Penentuan  $P(q^{-1})$  dipilih untuk menghitung harga polinomial  $R(q^{-1})$  dan  $S(q^{-1})$ , dengan menyelesaikan persamaan (3.78) atau yang lebih dikenal sebagai identitas Bezout.

$$P(q^{-1}) = A(q^{-1}) S(q^{-1}) + q^{-d} B(q^{-1}) R(q^{-1}) \quad \dots\dots\dots(3.79)$$

bila didefinisikan  $r = \max \deg(n, m+d)$ . Penyelesaian persamaan polinomial (3.79) ini akan berbentuk unik bila  $A(q^{-1})$  dan  $B(q^{-1})$  tidak mempunyai faktor yang sama, jika

$$\deg P(q^{-1}) \leq 2r - 1 \quad ; \quad \deg S(q^{-1}) = \deg R(q^{-1}) = r - 1$$

di mana

$$S(q^{-1}) = 1 + s_0 q^{-1} + s_1 q^{-2} + \dots + s_{r-1} q^{-r} = 1 + q^{-1} s^*(q^{-1})$$

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1 q^{-1} + r_2 q^{-2} + \dots + r_{r-1} q^{-r}$$

Untuk menyelesaikan persamaan (3.78) secara efektif, maka dapat dilakukan dengan operasi matrik berikut :

$$Mx = p$$



di mana

$$x^T = [1, s_1, s_2, \dots, s_{r-1}, r_0, r_1, \dots, r_{r-1}]$$

$$p^T = [1, p_1, p_2, \dots, p_{r-1}, \dots, p_{2r-1}]$$

dan matrik M-nya dalam bentuk

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ a_1 & \ddots & & \vdots & b'_1 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & & 0 & \vdots & \ddots & & \vdots \\ a_{r-1} & \ddots & & 1 & b'_{r-1} & \ddots & & 0 \\ a_r & \ddots & & a_1 & b'_r & \ddots & & b'_1 \\ 0 & \ddots & & \vdots & 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & & a_{r-1} & \vdots & \ddots & & b'_{r-1} \\ 0 & \dots & 0 & a_r & 0 & \dots & 0 & b'_r \end{bmatrix} \Rightarrow (2r \times 2r)$$

di mana

$$b'_i \begin{cases} = 0 & \text{pada } i = 0, 1, \dots, d \\ = b_{i-d} & \text{pada } i \geq d+1 \end{cases}$$

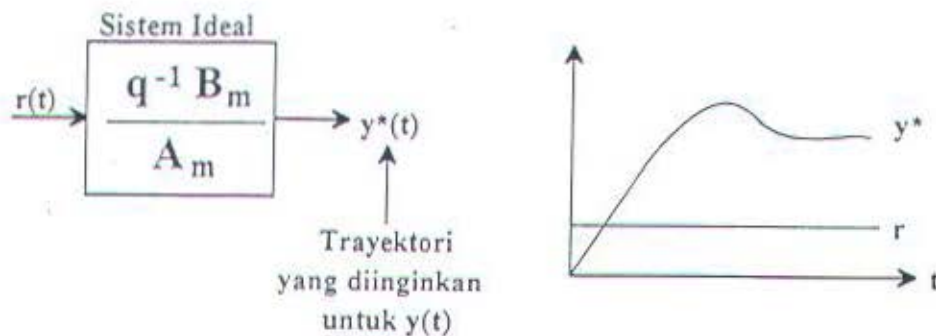
$$a_i = 0 \quad \text{pada } i > 0$$

$$b_i = 0 \quad \text{pada } i > m$$

Vektor  $x$ , yang mengandung koefisien-koefisien dari polinomial  $R(q^{-1})$  dan  $S(q^{-1})$  dapat diperoleh dengan melakukan operasi invers matrik pada matrik  $M$ . Dan selanjutnya koefisien-koefisien dari polinomial  $R(q^{-1})$  dan  $S(q^{-1})$  dapat dicari.

### III.3.3 Tracking [ Penghitungan $T(q^{-1})$ ]

Secara ideal, saat terjadi perubahan input yang diinginkan, output sistem  $y(t)$  akan mengikuti trayektori yang diinginkan  $y^*(t)$ , yang dibangkitkan dengan menggunakan model *reference*, yang ditunjukkan pada gambar 3.4.



Gambar 3.4. Pembangkitan trayektori yang diinginkan  $y^*(t)$ .

dengan fungsi alaih dari model *reference*-nya diberikan oleh

$$H_m(q^{-1}) = \frac{q^{-1} B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} \quad \dots\dots\dots (3.80)$$

Persamaan (3.80), pada umumnya ditentukan dari performansi yang diinginkan (*waktu naik, overshoot, settling time*). Dan diinginkan fungsi alih antara  $r(t)$  dan  $y(t)$  juga seperti pada persamaan (3.80).

Sedangkan  $T(q^{-1})$  dipilih sedemikian untuk mendapatkan :

- Steady state Gain antara  $y^*$  dan  $y$  berharga 1

- Kompensasi dari kelakuan dinamis  $P(q^{-1})$  [saat kelakuan dinamis secara umum berbeda dengan tracking dinamis  $A_m(q^{-1})$ ]

Dari syarat-syarat diatas maka nilai  $T(q^{-1})$  dipilih seperti berikut :

$$T(q^{-1}) = G P(q^{-1}) \quad \dots\dots\dots (3.81)$$

dengan

$$G = \begin{cases} \frac{1}{B(1)} & , \text{ jika } B(1) \neq 0 \\ 1 & , \text{ jika } B(1) = 0 \end{cases}$$

maka persamaan regulatornya menjadi :

$$S(q^{-1}) u(t) + R(q^{-1}) y(t) = T(q^{-1}) y^*(t+d+1) \quad \dots\dots\dots (3.82)$$

di mana  $T(q^{-1})$  diberikan oleh persamaan (3.83). Dan dengan membagi kedua sisi persamaan (3.82) dengan  $S(q^{-1})$ , maka diperoleh persamaan sinyal kendali berikut :

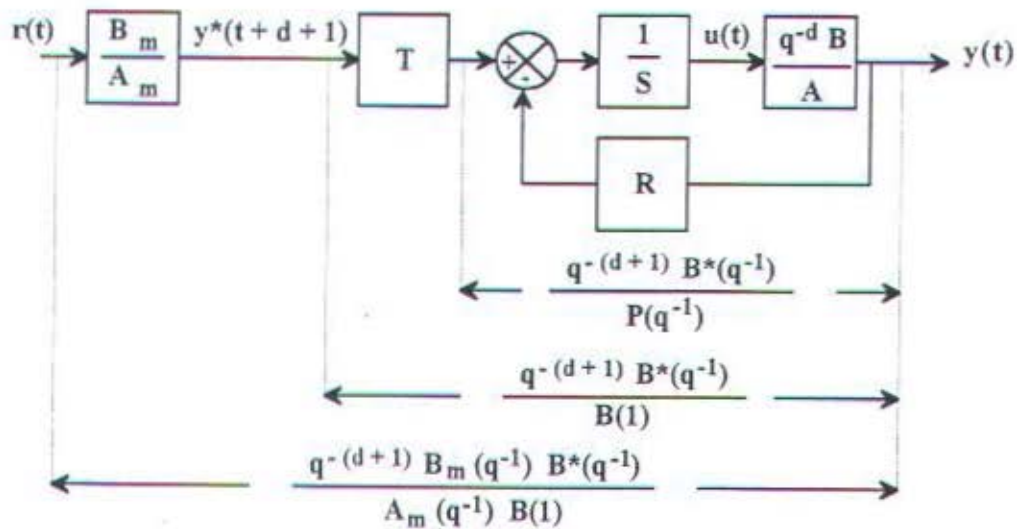
$$u(t) = \frac{T(q^{-1}) y^*(t+d+1) - R(q^{-1}) y(t)}{S(q^{-1})} \quad \dots\dots\dots (3.83)$$

Dengan fungsi alih antara  $r(t)$  dan output sistem  $y(t)$  sebagai berikut

$$H_{CL}(q^{-1}) = \frac{q^{-(d+1)} B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} \times \frac{B^*(q^{-1})}{B(1)} \quad \dots\dots\dots (3.84)$$

Diagram lengkap dari metode pole placement dapat dilihat pada gambar 3.5.

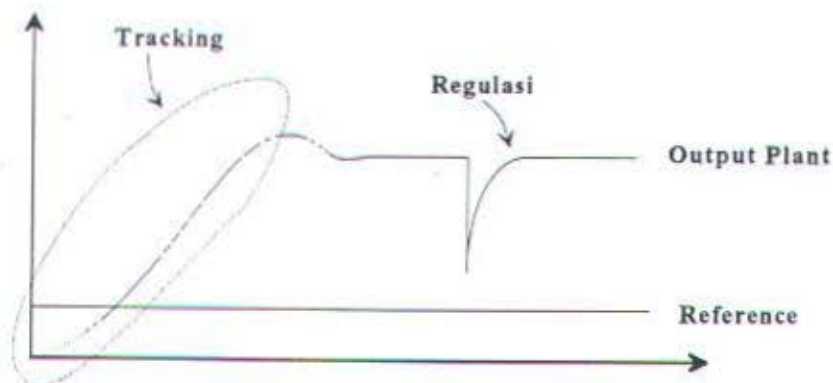




Gambar 3.5. Penempatan pole - tracking dan regulasi

#### III . 4 Tracking dan regulasi dengan objektif-obyektif bebas

Pengatur ini dirancang untuk mendapatkan kelakuan tracking yang diinginkan tidak tergantung pada kelakuan regulasi. Sebagai contoh, spesifikasi performansi yang ditunjukkan pada gambar 3.6, dari gambar tersebut terlihat respon regulasi lebih cepat dari pada respons perubahan referens (tracking).



Gambar 3.6. Performansi Tracking dan Regulasi

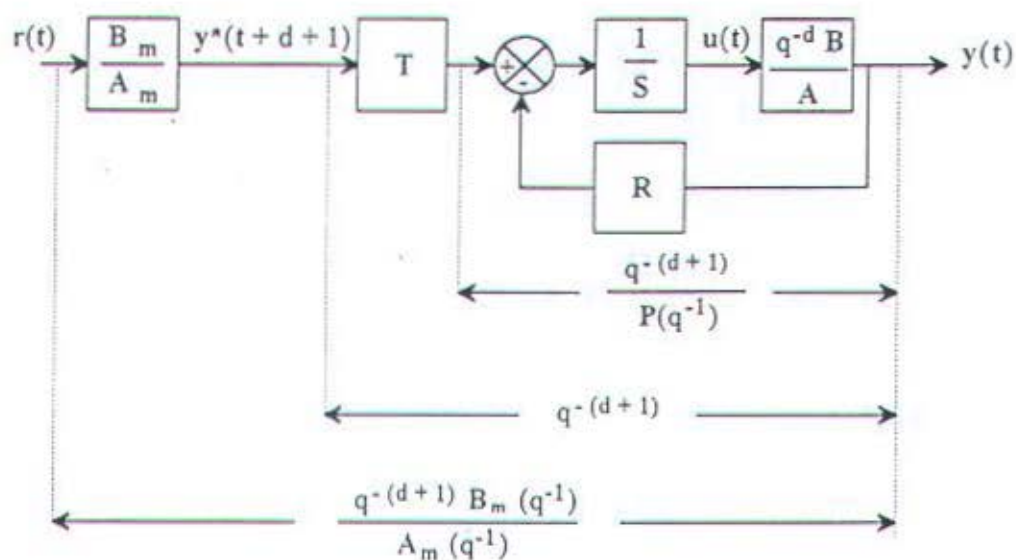
Strategi pengatur ini didasarkan pada struktur pengatur digital R-S-T yang dirancang untuk sistem yang stabil dan tidak stabil dengan tanpa pembatasan pada :

1. derajat polinomial  $A(q^{-1})$  dan  $B(q^{-1})$  dari fungsi alih plant.
2. Waktu delay ( $d$ ).

sebagai akibat adanya penyederhanaan zero, maka strategi ini hanya dapat dipakai pada model diskrit dengan zero-zero yang stabil (minimum phase).

#### III.4.1 Struktur

Struktur dari sistem untai tertutupnya ditunjukkan pada gambar 3.7 dimana pole-pole untai tertutupnya didefinisikan oleh polinomial  $P(q^{-1})$  yang merupakan spesifikasi kelakuan regulasi yang diinginkan.



Gambar 3.7. Penempatan pole - Tracking dan Regulasi dengan obyek-obyek bebas

Dengan fungsi alih antara  $r(t)$  dan output sistem  $y(t)$  yang didefinisikan sebagai kelakuan Tracking sebagai berikut :

$$H(q^{-1}) = \frac{q^{-(d+1)} B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} \dots\dots\dots (3.85)$$

di mana output dari  $B_m(q^{-1})/A_m(q^{-1})$  merupakan trayektori yang diinginkan ( $y^*(t)$ ).

Plant yang diatur mempunyai fungsi alih seperti pada persamaan 3.85, dengan polinomial  $A(q^{-1})$  dan  $B(q^{-1})$  ditentukan seperti pada perancangan dengan metode Pole Placement, di mana polinomial A dan B harus mempunyai faktor yang sama.

#### III.4.2 Regulasi [ Penghitungan $A(q^{-1})$ dan $B(q^{-1})$ ]

Tanpa menggunakan pre-kompensator  $T(q^{-1})$ , didapatkan fungsi alih sistem pada gambar 3.7 sebagai berikut

$$\begin{aligned} H_{CL}(q^{-1}) &= \frac{q^{-(d+1)} B^*(q^{-1})}{A(q^{-1}) S(q^{-1}) + q^{-(d+1)} B^*(q^{-1}) R(q^{-1})} \dots\dots\dots (3.86) \\ &= \frac{q^{-(d+1)}}{P(q^{-1})} \end{aligned}$$

Pole-pole untai tertutup didefinisikan oleh polinomial  $P(q^{-1})$  dan zero-zero sistem harus di hilangkan (dalam upaya untuk memperoleh Tracking terbaik).

Dari persamaan (3.86), pole-pole untai tertutupnya harus juga mempunyai zero-zero dari model plant. Dari persamaan (3.86)

terlihat bahwa dengan menentukan harga  $P(q^{-1})$ , maka dapat ditentukan koefisien dari polinomial  $R(q^{-1})$  dan  $S(q^{-1})$  dengan menyelesaikan persamaan berikut,

$$B^*(q^{-1}) P(q^{-1}) = A(q^{-1}) S(q^{-1}) + q^{-(d+1)} B^*(q^{-1}) R(q^{-1}) \quad \text{..... (3.87)}$$

di mana

$$P(q^{-1}) = 1 + p_1 q^{-1} + p_2 q^{-2} + \dots$$

sehingga untuk mengkompensasi  $B^*(q^{-1})$ , maka  $S(q^{-1})$  harus mempunyai  $B^*(q^{-1})$  sebagai faktornya, sehingga

$$\begin{aligned} S(q^{-1}) &= s_0 + s_1 q^{-1} + s_2 q^{-2} + \dots + s_m q^{-(m+d)} \\ &= B^*(q^{-1}) S'(q^{-1}) \quad \text{..... (3.88)} \end{aligned}$$

di mana

$$S'(q^{-1}) = 1 + s'_1 q^{-1} + s'_2 q^{-2} + \dots + s'_d q^{-d}$$

dengan mensubstitusikan  $S(q^{-1})$  yang baru ke persamaan (3.87) dan dengan menyederhanakan  $B^*(q^{-1})$ , maka diperoleh :

$$P(q^{-1}) = A(q^{-1}) S'(q^{-1}) + q^{-(d+1)} R(q^{-1}) \quad \text{..... (3.89)}$$

Polinomial ini akan mempunyai penyelesaian yang unik apabila

$$\deg P(q^{-1}) \leq n + d ; \deg S'(q^{-1}) = d ; \deg R(q^{-1}) = n - 1 \quad \text{..... (3.90)}$$

di mana

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1 q^{-1} + \dots + r_{n-1} q^{-(n-1)} \quad \text{..... (3.91)}$$



dengan syarat-syarat persamaan (3.80) dan persamaan (3.81), maka penyelesaian dari persamaan (3.82) dapat dibuat dalam bentuk operasi matrik

$$Mx = p$$

dengan M adalah matrik segitiga bawah dengan orde  $(n + d + 1)$  berikut

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_1 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ a_2 & a_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \vdots \\ a_d & a_{d-1} & \dots & a_1 & 1 & \dots & \dots & \vdots \\ a_{d+1} & a_d & \dots & \dots & a_1 & 1 & \dots & \vdots \\ a_{d+2} & a_{d+1} & \dots & \dots & a_2 & 0 & 1 & \vdots \\ a_{d+3} & a_{d+2} & \dots & \dots & a_3 & 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_n & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

di mana  $x^T = [1, s'_1, s'_2, \dots, s'_{r+1}, r_0, r_1, \dots, r_{r+1}]$

$$p^T = [1, p_1, p_2, \dots, p_n, \dots, p_{n+d}]$$

dan dengan melakukan operasi invers matrik, maka koefisien-koefisien polinomial  $R(q^{-1})$  dan  $S(q^{-1})$  dapat ditentukan.

### III.4.3 Tracking [Penghitungan $T(q^{-1})$ ]

Pre-kompensator  $T(q^{-1})$  yang ditentukan untuk memastikan bahwa fungsi alih antara  $u_m(t)$  dan  $y(t)$  adalah

$$\begin{aligned} H(q^{-1}) &= \frac{q^{-(d+1)} B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} \\ &= \frac{q^{-(d+1)} B_m(q^{-1}) T(q^{-1})}{A_m(q^{-1}) P(q^{-1})} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (3.92)$$

dari persamaan (3.92) diperoleh bahwa

$$T(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad \dots\dots\dots (3.93)$$

dengan input  $T(q^{-1})$  yang diperoleh dari input  $u_M(t)$  yang dilewatkan Model Tracking, sehingga :

$$y^*(t+d+1) = \frac{B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} u_M(t) \quad \dots\dots\dots (3.94)$$

dimana persamaan pengaturannya adalah :

$$S(q^{-1}) u(t) + R(q^{-1}) y(t) = P(q^{-1}) y^*(t) \quad \dots\dots\dots (3.95)$$

atau

$$u(t) = \frac{P(q^{-1}) y^*(t+d+1) - R(q^{-1}) y(t)}{S(q^{-1})} \quad \dots\dots\dots (3.96)$$

dengan memberikan  $S(q^{-1})$  dalam bentuk :

$$\begin{aligned} S(q^{-1}) &= s_0 + s_1 + \dots + s_{m+d} q^{-m-d} = s_0 + q^{-1} s^*(q^{-1}) \\ &= B^*(q^{-1}) S'(q^{-1}) \quad \dots\dots(3.97) \end{aligned}$$

dan dengan membandingkan  $B^*(q^{-1})$  dengan  $S'(q^{-1})$  diperoleh bahwa

$$s_0 = b_1 \quad \dots\dots\dots (3.98)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.97) ke persamaan (3.98), maka diperoleh persamaan :

$$u(t) = 1/b_1 [P(q^{-1}) y^*(t+d+1) - S^*(q^{-1}) u(t-1) - R(q^{-1}) y(t)] \quad \dots\dots (3.99)$$

### III.5. Pengatur digital adaptif.

Untuk aplikasi pengaturan dimana model plant mempunyai orde rendah dan tanpa waktu delay, pengatur PID kontinyu pada umumnya mampu memberikan kinerja yang baik.

Versi dasar dari pengatur PID digital diperoleh dari diskritisasi pengatur PID kontinyu dengan aksi P, I dan D yang berdiri sendiri. Metode perancangan dari pengatur PID digital hanya bisa diaplikasikan pada :

- model plant dengan orde maksimum 2, dengan atau tanpa waktu delay murni.
  - waktu delay plant lebih kecil dari pada periode pencacahan.
- sedangkan untuk plant dengan orde lebih dari 2, non linier dan time varying maka pengatur adaptif akan memberikan hasil yang lebih baik.

#### II.5.1 Struktur

Apabila diketahui struktur fungsi alih pengatur PID kontinyu sebagai berikut

$$H_{PID}(s) = K \left[ 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s} \right] \dots\dots\dots(3.100)$$

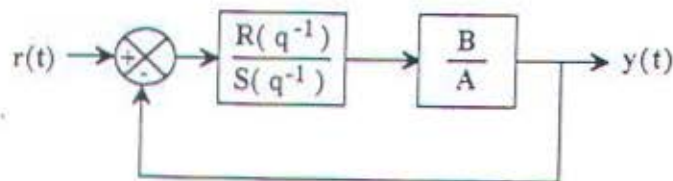
dengan

- K = gain proporsional
- $T_i$  = aksi integral
- $T_d$  = aksi turunan
- $T_d / N$  = filter untuk aksi turunan

Untuk merubah fungsi alih PID kontinyu tersebut ke bentuk fungsi alih digital, maka digunakan pendekatan *backward difference*. Dimana fungsi derivatif (s) didekati dengan  $(1 - q^{-1})$ , dan Integral  $(1/s)$  dengan  $T_s/(1 - q^{-1})$ , sehingga diperoleh

$$H_{PID}(q^{-1}) = K \left[ 1 + \frac{T_d}{T_i s} \frac{1}{1 - q^{-1}} + \frac{\frac{NT_d}{T_d + NT_s} (1 - q^{-1})}{1 - \frac{T_d}{T_d + NT_s} q^{-1}} \right] \quad (3.101)$$

bentuk fungsi alih ini dapat didekati dengan menggunakan pengatur R-S-T, seperti pada gambar 3.8 dengan polinomial  $T(q^{-1})$  sama dengan  $R(q^{-1})$ , sehingga diagram pengatur R-S-T nya menjadi seperti pada gambar 3.8.



Gambar 3.8. Bentuk pengatur PID digital dengan strategi R-S-T

dan dari gambar 3.8 diperoleh fungsi alih pengaturnya sebagai berikut

$$H_{PID}(q^{-1}) = \frac{R(q^{-1})}{S(q^{-1})} \quad \dots\dots\dots(3.102)$$

di mana

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1 q^{-1} + r_2 q^{-2} \quad \dots\dots\dots(3.103)$$

$$S(q^{-1}) = (1 - q^{-1})(1 + s_1 q^{-1}) \quad \dots\dots\dots(3.104)$$



Untuk menghitung harga-harga  $R(q^{-1})$  dan  $S(q^{-1})$  dalam bentuk harga-harga parameter pengatur PID kontinyu bisa diperoleh dengan menyamakan persamaan (3.100) dan persamaan (3.101), maka diperoleh hasil sebagai berikut :

$$s_1 = \frac{T_d}{T_d + N T_s} \dots\dots\dots(3.105)$$

$$r_0 = K \left( 1 + \frac{T_d}{T_{is}} - N s_1 \right) \dots\dots\dots(3.106)$$

$$r_1 = K \left( s_1 \left( 1 + \frac{T_d}{T_{is}} + 2N \right) - 1 \right) \dots\dots\dots(3.107)$$

$$r_2 = -K s_1 (1 + N) \dots\dots\dots(3.108)$$

dengan fungsi alih antara  $r(t)$  dan  $y(t)$  pada gambar 3.8 adalah

$$H_{CL}(q^{-1}) = \frac{B(q^{-1}) R(q^{-1})}{A(q^{-1}) S(q^{-1}) + B(q^{-1}) R(q^{-1})} = \frac{B(q^{-1}) R(q^{-1})}{P(q^{-1})} \dots\dots(3.109)$$

di mana

$$P(q^{-1}) = 1 + p_1 q^{-1} + p_2 q^{-2} \dots\dots\dots(3.110)$$

dengan  $P(q^{-1})$  adalah pole-pole untai tertutup yang ditentukan dari spesifikasi sistem yang diinginkan.

### III.5.2 Menghitung harga polinomial $R(q^{-1})$ dan $S(q^{-1})$

Koefisien-koefisien dari polinomial  $R(q^{-1})$  dan  $S(q^{-1})$  dapat ditentukan dengan cara menyelesaikan persamaan sebagai berikut :

$$P(q^{-1}) = A(q^{-1}) S(q^{-1}) + B(q^{-1}) R(q^{-1}) \dots\dots\dots(3.111)$$

dimana harga-harga polinomial  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  dan  $P(q^{-1})$  terlebih dahulu harus diketahui.

Dengan mensubsitusikan harga-harga tersebut ke persamaan (3.111), maka harga-harga polinomial  $R(q^{-1})$  dan  $S(q^{-1})$  dapat dihitung. Dan hubungan antara koefisien pengatur PID digital dengan pengatur digital PID kontinyu dapat diekspresikan dalam persamaan-persamaan berikut

$$K = \frac{r_0 s_1 - (2 + s_1)}{(1 + s_1)^2} \quad \dots\dots\dots(3.112)$$

$$T_i = T_s \frac{K(1 + s_1)}{r_0 + r_1 + r_2} \quad \dots\dots\dots(3.113)$$

$$T_d = T_s \frac{s_1^2 r_0 - s_1 r_1 + r_2}{K(1 + s_1)^3} \quad \dots\dots\dots(3.114)$$

$$\frac{T_d}{N} = \frac{-s_1 T_s}{1 + s_1} \quad \dots\dots\dots(3.115)$$

### III.6 Metode minimasi kuadrat cost function

Apabila diberikan model proses sebagai berikut :

$$y(t) = \frac{B}{A} z^{-d} u(t) + \frac{C}{A\Delta} \xi(t) \quad \dots\dots\dots(3.116)$$

model ini bisa dituliskan dalam bentuk model prediksi sebagai berikut :

$$y(t + d) = \frac{B}{A} u(t) + \frac{C}{A\Delta} \xi(t) \quad \dots\dots\dots(3.117)$$

di mana  $y$  didefinisikan dalam bentuk  $(y - y_{sp})$  dan  $u$  dalam bentuk  $(u - u_{ss})$  dengan  $y_{sp}$  setpoint dari  $y$  dan  $u_{ss}$  adalah harga steady state dari  $u$ .

Dengan tujuan untuk merancang suatu pengatur yang meminimumkan fungsi sebagai berikut :

$$\min_{u(t)} J = E \left[ (\hat{y}(t+d))^2 + \xi'(\Delta u(t))^2 \right] \quad \dots\dots\dots(3.118)$$

dengan menggunakan variabel acak  $x(t+d)$  yang dapat diekspresikan dalam bentuk lampau yang diketahui dan bentuk prediksi yang tidak diketahui,

$$\frac{C}{\Delta} \xi(t+d) = E \xi(t+d) + \frac{F}{\Delta} \xi(t) = E \xi(t+d) + \frac{Fz^{-d}}{\Delta} \xi(t) \quad \dots\dots(3.119)$$

dengan

$$\frac{C}{\Delta} \xi(t+d) = E + \frac{Fz^{-d}}{\Delta}$$

atau

$$C = EA\Delta + Fz^{-d} \quad \dots\dots\dots(3.120)$$

Persamaan (3.120) ini sering disebut dengan persamaan *diophantine*.

Polinomial-polinomial E dan F diberikan oleh :

$$E(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{n_e} e_i z^{-i} \quad \dots\dots\dots(3.121)$$

$$F(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{n_f} f_i z^{-i} \quad \dots\dots\dots(3.122)$$

dengan  $n_e = d - 1$ ,  $n_f = \max(n_a, n_c, -d)$ , di mana  $n_a$  dan  $n_c$  adalah orde dari polinomial  $A(q^{-1})$  dan  $B(q^{-1})$ . Dengan harga  $n_a \leq 2$  dan  $n_c \leq 1$ , di mana  $d$  merupakan waktu tunda (harga minimumnya sama dengan 1).

Persamaan (3.117) sekarang dapat ditulis kembali dengan mensubstitusikan persamaan (3.120).

$$AD y(t+d) = BD u(t) + EAD x(t+d) + Fx(t) \quad \dots\dots\dots(3.123)$$

Dari persamaan (3.116)  $\xi(t)$  dapat dieliminasi :

$$\xi(t) = \frac{d}{c} \Delta y(t) - \frac{b}{c} z^{-d} \Delta u(t) \quad \dots\dots\dots(3.124)$$

Substitusikan persamaan (3.123) ke dalam (3.124) diperoleh

$$y(t+d) = \frac{b}{c} \left[ \frac{c}{a} - \frac{f}{a} z^{-d} \right] u(t) + E \xi(t+d) + \frac{f}{c} y(t) \quad \dots\dots(3.125)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.120) ke persamaan (3.125), maka diperoleh

$$y(t+d) = \frac{bE}{c} \Delta u(t) + E \xi(t+d) + \frac{f}{c} y(t) \quad \dots\dots\dots(3.126)$$

Prediksi terbaik dari  $x(t+d)$  adalah dibuat berharga nol, karena  $x(t)$  diasumsikan sebagai white noise dengan rata-rata nol.

Didefinisikan  $G = B E$ , maka persamaan (3.125) dapat direduksi menjadi,

$$\hat{y}(t+d) = G \Delta u(t) + \frac{f}{c} y(t) \quad \dots\dots\dots(3.127)$$

Jika diasumsikan  $C(z^{-1})$ , maka model regresi dapat digunakan untuk estimasi parameter secara implisit.

$$\hat{y}(t+d) = G \Delta u(t-d) + F y(t-d) \quad \dots\dots\dots(3.128)$$

dimana dimensi dari  $G$  adalah  $n_g = n_y + d - 1$ .

Minimasi persamaan (3.128) adalah ekuivalen dengan  $\delta J / \partial u(t) = 0$ . Maka

$$\hat{y}(t+d) \frac{\partial \hat{y}(t+d)}{\partial u(t)} + \xi' \Delta u(t) = 0 \quad \dots\dots\dots(3.129)$$

Turunan  $\hat{y}(t+d)$  terhadap  $u(t)$  adalah

$$\frac{\partial \hat{y}(t+d)}{\partial u(t)} = \frac{a_0 b_0}{c_0} = b_0 \quad \dots\dots\dots(3.130)$$

Sehingga persamaan (3.129) menjadi :



$$\left[ \frac{G}{C} \Delta u(t) + \frac{F}{C} y(t) \right] b_0 + \xi' \Delta u(t) = 0 \quad \dots\dots\dots(3.131)$$

dengan

$$\Delta u(t) = \frac{-F y(t)}{G + \xi C} \quad ; \quad \xi = \frac{\xi'}{b_0}$$

## BAB IV

### SIMULASI DAN IMPLEMENTASI

#### IV.1. Simulasi digital gerakan kapal selam

Simulasi digital gerakan kapal selam didasarkan pada model matematik yang disajikan dalam persamaan (2.84) pada bab II berupa program analisa gerak lateral. Program tersebut berguna untuk membantu menganalisa kestabilan dinamik dan respon waktu sistem pengendalian gerak kapal selam, dengan memasukkan parameter-parameter masukan yang dikehendaki. Program dibuat dengan paket program MATLAB.

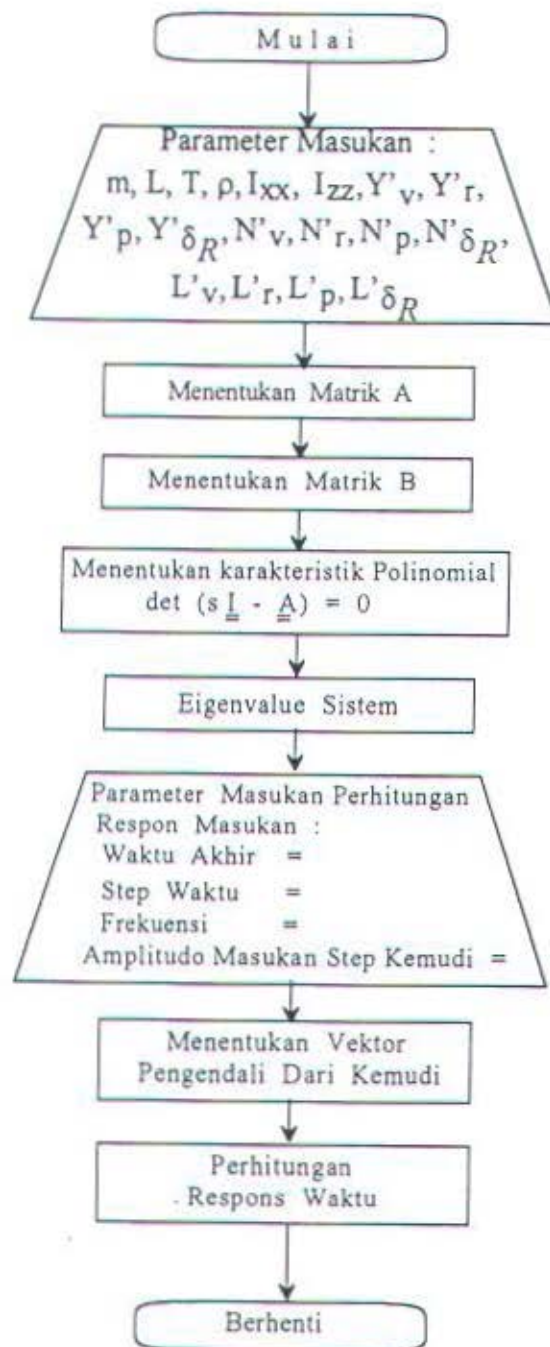
##### IV.1.1. Program analisa gerak lateral

Parameter-parameter dari program analisa gerak lateral tersebut adalah  $m$ ,  $L$ ,  $T$ ,  $I_{xx}$ ,  $I_{zz}$ ,  $Y'_v$ ,  $Y'_r$ ,  $Y'_p$ ,  $Y'_{\delta_R}$ ,  $N'_v$ ,  $N'_r$ ,  $N'_p$ ,  $N'_{\delta_R}$ ,  $L'_v$ ,  $L'_r$ ,  $L'_p$ ,  $L'_{\delta_R}$ , yang masing-masing dinyatakan sebagai bilangan riil. Sedangkan data keluarannya dinyatakan dalam bentuk tidak berdimensi. Karena itu diperlukan kecermatan dalam menginterpretasikan data keluaran. Apabila diinginkan data keluaran dalam bentuk berdimensi, lampiran-5 dapat digunakan untuk membantu. Untuk keperluan analisa stabilitas dan pengendalian gerakan lateral (ASPGL) kapal selam ini, keluaran yang dikehendaki meliputi :

- matriks A dan matriks B

- karakteristik polinomial
- eigenvalue sistem
- vektor pengendali dari kemudi
- respons waktu untuk masukan step kemudi untuk berbagai perubahan parameter masukan.

Perubahan parameter masukan ini meliputi perubahan  $m$ ,  $L$ ,  $T$  yang dimaksudkan untuk mengetahui batas-batas maksimal dan minimal parameter tersebut agar kapal selam tetap berada dalam keadaan yang diinginkan. Dengan memberikan harga pada masing-masing parameter masukan tersebut dalam bilangan riil, maka masing-masing parameter masukan akan dicetak sesuai dengan format yang diinginkan. Dengan memberikan harga pada masing-masing parameter masukan komputer akan memplot grafik yang memberikan representasi dari persamaan *ruang keadaan* yang dibuat. Keluaran yang diplot adalah respons waktu yang terdiri-dari besaran-besaran  $t$ (waktu) dan perubah keadaan  $v(t)$  untuk kecepatan side-slip,  $r(t)$  untuk kecepatan sudut yawing serta  $p(t)$  untuk kecepatan sudut rolling. Diagram alir program analisa gerak lateral komputer ASPGL ada pada gambar 4.1.



Gambar 4.1. Diagram alir program analisa gerak lateral komputer ASPGL



## IV.2. PEMBUATAN SISTEM

Kapal selam merupakan sistem yang kompleks, yang terdiri dari sub sistem-sub sistem yang saling bekerja sama untuk mencapai tujuan tertentu sesuai dengan perintah yang diberikan. Peralatan dan sub sistem yang mendukung tersebut, yaitu :

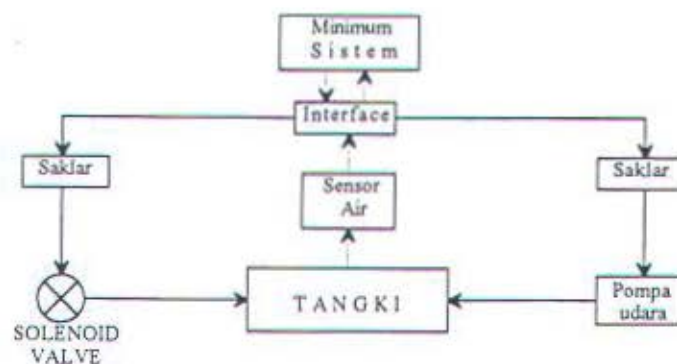
- a. Sistem selam timbul terdiri-dari tangki balast, tangki pengatur, tangki pengirangan pokok dan kemudi.
- b. Sistem ventilasi terdiri dari ventilasi ruangan dan batere, pengaturan suhu ruangan (AC), dan pembersih udara (regenerasi udara).
- c. Sistem udara tekanan tinggi (UTT) meliputi kompressor udara tekanan tinggi, botol UTT, kolom pembagi udara (manifold).
- d. Sistem pendorongan, yang terdiri-dari mesin diesel, generator, motor pendorong pokok, batere poros pokok.
- e. Sistem interkom dan lain-lain.

Kapal selam model dibuat dengan meniru sistem yang sesungguhnya. Tetapi karena keterbatasan komponen-komponen yang ada di pasaran, maka sub sistem yang ditiru hanya terbatas pada point a, d dan e.

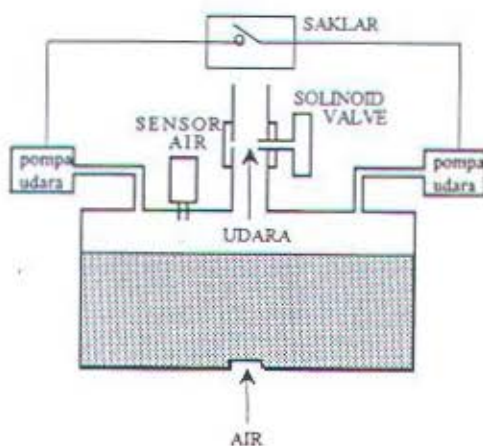
### IV.2.1. Sistem Selam Timbul dan Sistem Kemudi

Untuk meniru sistem selam timbul badan kapal selam model dibuat bersekat-sekat. Sekat tersebut membentuk suatu tangki, di mana bila kapal selam akan menyelam tangki-tangki tersebut diisi dengan air, dan bila mau timbul udara

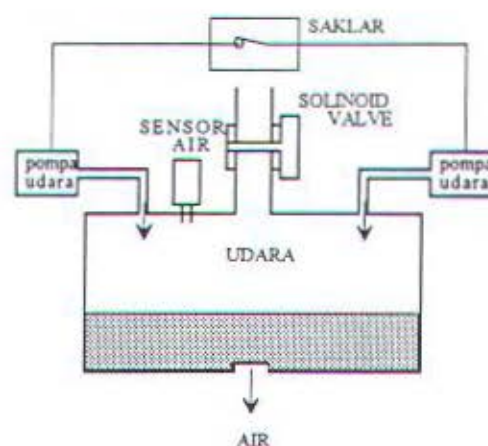
bertekanan dihembuskan ke dalam tangki, sehingga menekan air keluar melalui lubang-lubang di bawah. Pengisian dan pembuangan air dilakukan sebagaimana dijelaskan dalam gambar di bawah.



Gambar 4.2. Diagram blok pengaturan selam-timbul



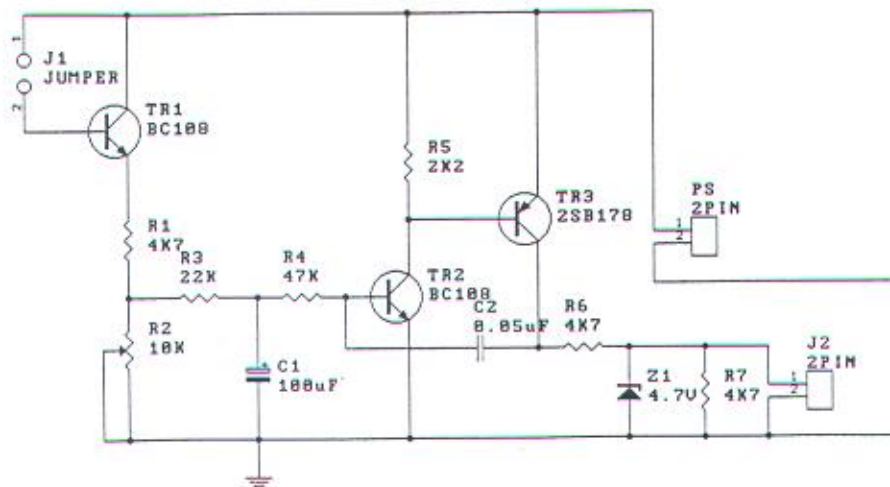
Gambar 4.3. Proses Penyelaman



Gambar 4.4. Proses Pengapungan

Proses menyelam dilakukan dengan membuka katup solenoid, sehingga udara di dalam tangki mengair keluar. Bersamaan dengan itu air masuk ke dalam tangki. Air terus masuk sampai tangki terisi penuh, dan sensor mendeteksi adanya air sehingga memberikan sinyal kepada minimum sistem. Sinyal yang diberikan

oleh merupakan suatu tanda bagi minimum sistem bahwa tangki sudah penuh dan dapat memerintahkan menutup kembali katup solenoid. Karena tangki terisi, berat jenis kapal selam bertambah, sehingga terjadi penyelaman. Untuk bisa mengapung, minimum sistem memerintahkan saklar kompresor di-ON-kan. Dengan demikian udara dihembuskan ke dalam tangki keluar melalui lubang-lubang di bawah. Karena air mengalir keluar, berat jenis kapal selam berkurang, sehingga dapat timbul ke permukaan.



Gambar 4.5 Rangkaian Sensor Air

#### IV.2.2. Sistem kemudi

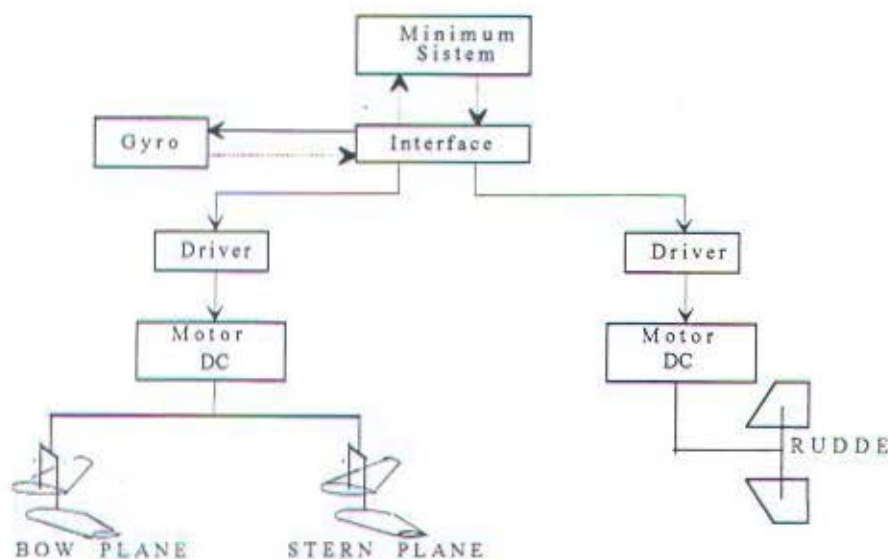
Sistem kemudi adalah sistem pengendali gerak kapal selam. Sebagaimana telah dijelaskan dalam bab sebelumnya bahwa komponen-komponen sistem pengendali gerak kapal selam terdiri dari :

- Rudder sistem kemudi gerak vertikal,
- Bow plane (sistem kemudi horisontal depan),
- Sistem plane (sistem kemudi horisontal belakang),
- Sistem pendorongan.



Ketiga komponen pengendali gerak pertama digerakkan oleh suatu aktuator berupa motor DC. Sedangkan yang terakhir dilakukan oleh penggerak utama yang juga berupa motor DC.

Sistem kemudi dalam kapal selam model diilustrasikan dalam gambar 4.6 di bawah.



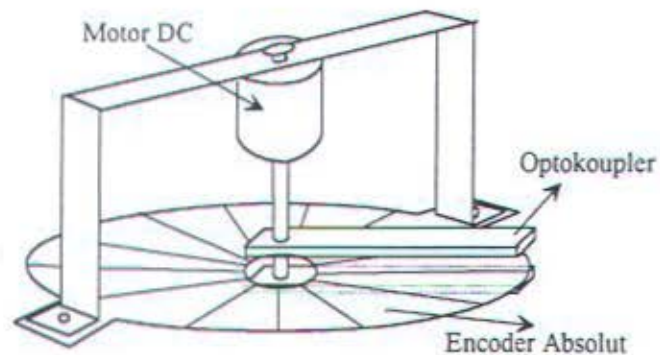
**Gambar 4.6. Sistem kemudi otomatis kapal selam**

Di dalam mengoperasikan sistem kemudi dapat dilaksanakan dalam dua mode, yaitu :

- Otomatis : arah haluan kapal secara otomatis disesuaikan dengan setting course
- Remote : perubahan sudut kemudi diatur dari jarak jauh dengan memutar panel kontrol.

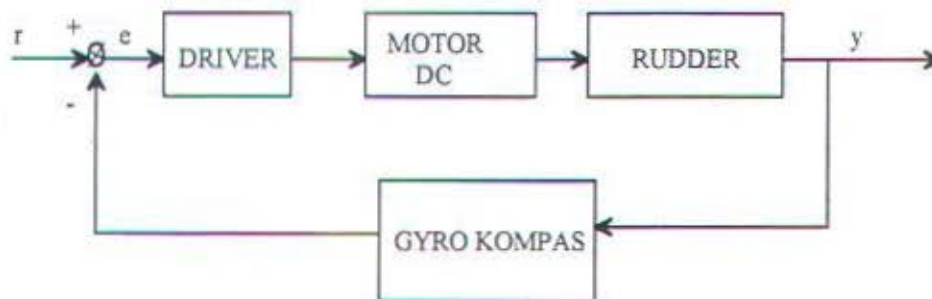
Pengemudian secara otomatis membutuhkan interface dengan gyro kompas atau kompas magnet. Pada sistem kemudi otomatis kapal selam model digunakan encoder absolut sebagai gyro kompas dengan aktuator motor DC.





**Gambar 4.7. Gyro kompas**

Pada tugas akhir ini implementasi sistem pengatur hanya dilakukan pada gerakan yawing terhadap perubahan kedalaman selam. Diagram blok dari sistem digambarkan sebagai berikut :



**Gambar 4.8 Diagram blok sistem pengendalian gerakan yawing**

Dengan berubahnya kedalaman selam maka tekanan air bertambah, sehingga untuk parameter yang tetap kecepatan membelok kapal selam semakin berkurang seolah-olah mendapat tambahan beban. Perancangan sistem pengatur ditargetkan untuk memodifikasi parameter sesuai dengan keadaan yang baru supaya

penampilan sistem pengendali gerak yawing selalu optimum. Secara fisik hal ini dilakukan dengan mengatur besar sudut kemudi kapal pada saat terjadi perubahan kedalaman selam, yaitu dengan mengendalikan motor DC sebagai aktuator pada sistem kemudi otomatis kapal selam berupa (gyro kompas). Sistem pengatur yang direncanakan adalah sistem pengatur adaptif.

#### **IV.2.3. Sistem pendorongan**

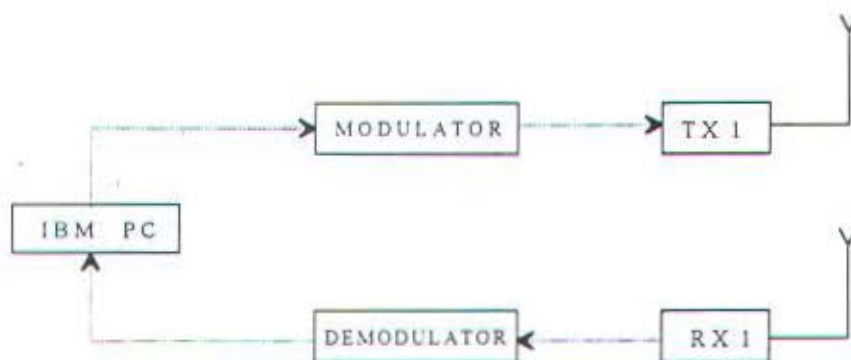
Sistem penggerak utama kapal selam model yang memutar baling-baling adalah motor DC yang beroperasi dengan mode PWM.

Rangkaian pengendali gerak motor DC terdiri dari :

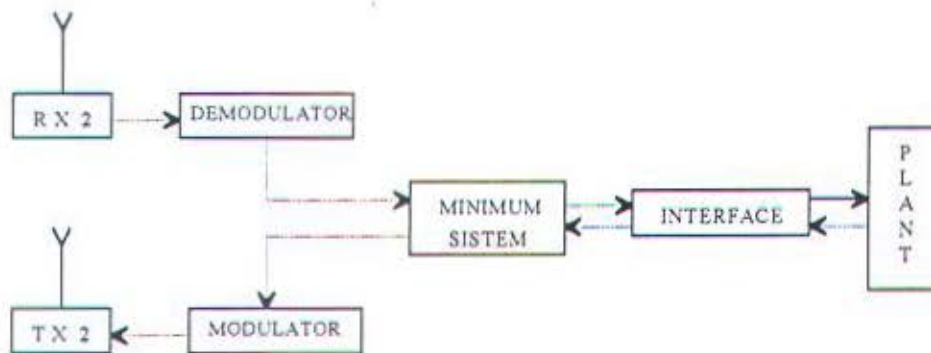
- Konverter digital ke analog.
- Konverter tegangan ke frekwensi.
- One-shot multivibrator.
- Rangkaian pengendali arah putaran.
- Rangkaian chopper.

#### **IV.2.4. Sistem interkom**

Sistem interkom dalam kapal selam model berfungsi sebagai sarana komunikasi data antara pengendali dengan obyek sehingga pengaturan dapat dilakukan terhadap plant dari jarak jauh. Jelasnya dapat dilihat pada gambar 4.9 dan 4.10.



Gambar 4.9. Diagram blok sistem pengendali jarak jauh



Gambar 4.10. Diagram blok dari plant yang dikendalikan

#### IV.3. Sistem pengaturan adaptif

Sistem pengaturan adaptif adalah sistem pengaturan yang secara kontinyu mengukur karakteristik dinamik plant dan dibandingkan dengan karakteristik model yang diinginkan. Bila kedua karakteristik tersebut tidak sama, maka selisih dari hasil perbandingan tersebut digunakan untuk mengubah parameter sistem yang bisa diatur, sehingga kinerja yang diinginkan dapat dipertahankan terus walaupun terjadi perubahan lingkungan kerjanya.

Sistem dikatakan adaptif apabila pada sistem ada ciri-ciri pengorganisasian diri yang diperlukan untuk mengkompensasi perubahan parameter-parameter plant,



sehingga didapatkan performansi yang diinginkan. Pada dasarnya sistem pengaturan adaptif ditandai dengan tiga fungsi, yaitu :

- Identifikasi parameter dinamik plant
- Pembuatan model yang diinginkan
- Modifikasi sinyal kendali

Secara garis besar ada tiga pendekatan yang dilakukan dalam upaya untuk merealisasikan sistem pengatur adaptif, yaitu :

- *Gain Schedulling*
- *Model Referens Adaptif Control (MRAC)*
- *Self Tuning Regulator*

dari ketiga metode pendekatan tersebut terdapat kesamaan, yaitu selalu ditandai dengan adanya dua *loop*, *loop* pertama merupakan *loop* pengaturan umpan balik biasa dan *loop* kedua merupakan *loop* adaptif.

Dan berdasarkan pada cara pembangkitan sinyal kendalinya, Sistem pengaturan adaptif dapat dibedakan jadi 2 golongan :

**Pertama,** Sistem pengaturan direct adaptif, adalah sistem pengaturan adaptif yang menggunakan secara langsung parameter hasil estimasi untuk meng-*update* parameter pengatur. Yang termasuk golongan ini adalah sistem pengaturan adaptif *Model Referens*.

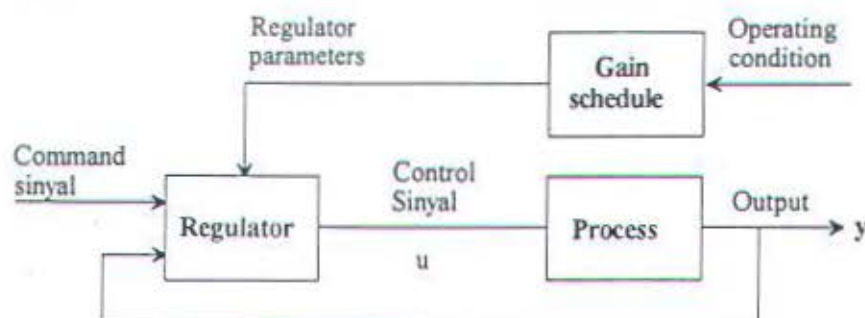
**Kedua,** Sistem pengaturan *indirect adaptif*, adalah sistem pengaturan adaptif yang menggunakan parameter hasil estimasi untuk meng-*update* parameter-parameter pengatur dengan melalui suatu transformasi



tertentu, misal Pengatur PID. Yang termasuk pada golongan ini adalah sistem pengaturan adaptif *Self Tuning* PID.

#### IV.3.1. *Gain Schedulling*

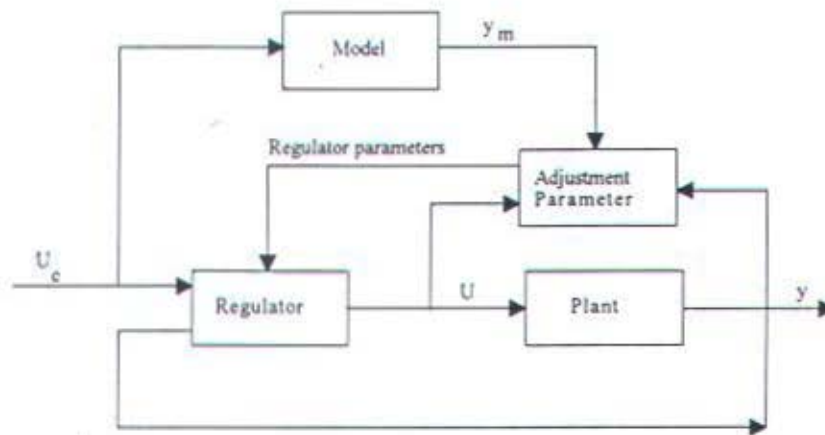
Pada beberapa sistem harga variabel-variabel pembantu berkorelasi baik dengan karakteristik dinamik proses. Jika variabel-variabel ini dapat diukur, maka akan bisa digunakan untuk merubah harga parameter-parameter regulator sehingga dimungkinkan untuk mengkompensasi variasi parameter plant dengan merubah harga-harga parameter regulator sebagai fungsi dari variabel-variabel pembantu. Pendekatan ini disebut *Gain Schedulling*, karena ide dasarnya adalah untuk mengatasi setiap perubahan gain proses. Dan secara lengkap ditunjukkan pada gambar 4.11.



Gambar 4.11. *Gain Schedulling*

#### IV.3.2. *Self Tuning Regulator*

*Self Tuning Regulator* adalah suatu sistem pengaturan adaptif yang berprinsip pada proses identifikasi parameter-parameter proses. Dari hasil identifikasi tersebut, selanjutnya digunakan untuk menghitung sinyal kendali. Struktur dari *Self Tuning Regulator* ditunjukkan pada gambar 4.12.



Gambar 4.12 *Self Tuning Regulator*

#### IV.3.3. Sistem Pengatur Adaptif Model Referens

Sistem Pengaturan adaptif Model Referens adalah salah satu dari sistem pengatur adaptif yang banyak dipakai. Hal ini dikarenakan pengatur adaptif Model Referens relatif mudah diimplementasikan, memberikan performansi yang baik pada berbagai macam situasi dan kemudahannya dalam desain analitis.

Pada pengatur adaptif Model Referens, karakteristik utama dari sistem kenyataannya menunjukkan bahwa pengaturan performansi yang diinginkan dispesifikasikan dalam bentuk lokasi-lokasi pole dan zero. Di mana konfigurasi pole dan zero yang diinginkan merupakan suatu filter yang dinamakan model referens yang akan membangkitkan sinyal dalam setiap selang terjadi perubahan kelakuan sistem yang diinginkan. Selisih antara output model referens dan output proses yang diatur digunakan untuk membangkitkan sinyal kendali yang baru dengan melalui suatu mekanisme adaptasi sampai output proses sama atau mendekati output model.

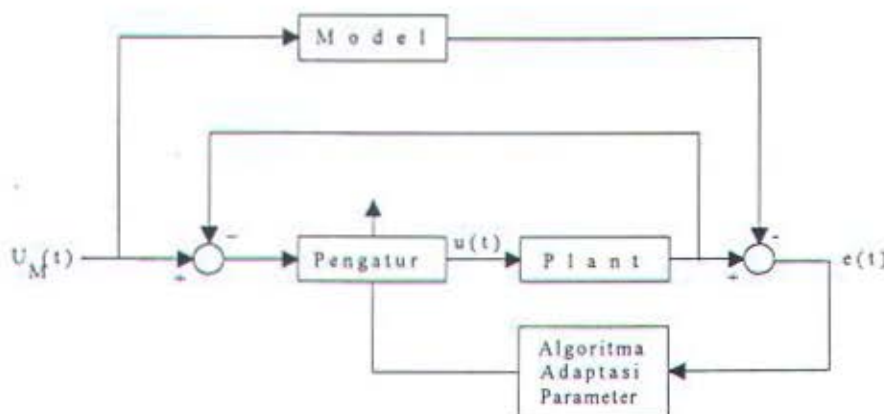
Pengatur adaptif model referensi dapat dibedakan menjadi dua bentuk berikut :

### 1. Pengatur adaptif eksplisit model referensi

Pada bentuk eksplisit tidak terjadi proses pembentukan model prediksi proses dari hasil estimasi parameter plant, karena hasil estimasi parameter plant tersebut secara langsung digunakan untuk meng-*update* parameter pengatur dengan melalui suatu mekanisme adaptasi. Dan secara jelas ditunjukkan pada gambar 4.13.

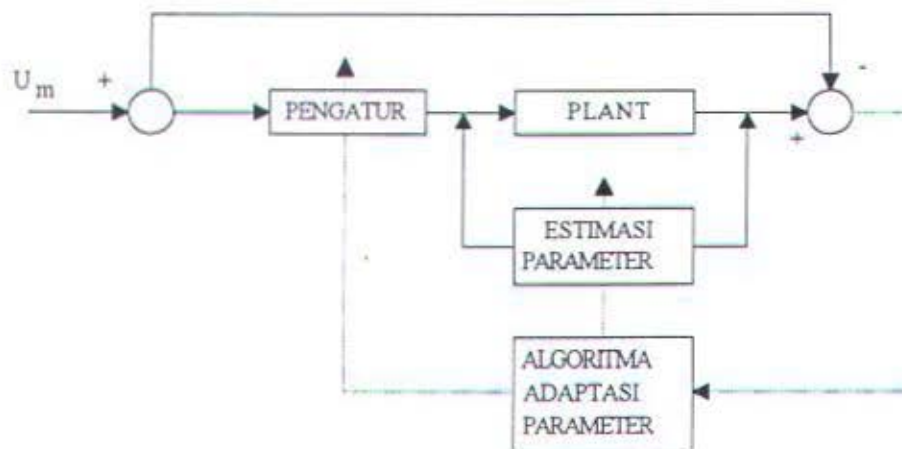
### 2. Pengatur adaptif implisit model referensi

Pada bentuk implisit, hasil proses estimasi parameter plant digunakan untuk membentuk model referensi di mana output model tersebut akan dibandingkan dengan output plant dan apabila ada selisih, maka selisih itu digunakan untuk meng-*update* parameter pengukur dengan melalui suatu mekanisme adaptasi. Dan secara jelas ditunjukkan pada gambar 4.14.



Gambar 4.13. Pengatur adaptif eksplisit model referensi





**Gambar 4.14. Pengatur adaptif implisit model referens**

Di mana  $u_m(t)$  adalah referensi sinyal kendali,  $u(t)$  merupakan sinyal kendali dari plant,  $y(t)$  adalah output plant dan  $e(t)$  adalah prediksi error dari selisih antara output model yang diinginkan dengan output proses yang diatur.

#### IV.3.4. Perancangan pengatur adaptif model referens

Dalam merancang suatu *loop* pengatur adaptif model referens baik untuk model plant deterministik ataupun stokastik diperlukan pengatur linear dengan struktur yang diatur untuk memperoleh informasi yang diinginkan. Di mana untuk setiap *loop* pengatur adaptif akan hanya mencari harga terbaik dari harga parameter-parameter pengaturnya.

Perancangan suatu pengatur adaptif dapat dibagi dalam beberapa tahap berikut :

1. Pendekatan Model
2. Merancang pengatur adaptif dari struktur pengatur linear
3. Merancang algoritma adaptasi parameter (PAA)



#### IV.3.4.1. Pendekatan model

Untuk memudahkan dalam merancang suatu sistem pengatur adaptif diperlukan adanya pendekatan-pendekatan seperti,

- Model adalah model deterministik, dalam bentuk persamaan berikut :

$$A(q^{-1}) Y(t+d) = B(q^{-1}) u(t); y(0) = 0 \dots\dots\dots (4.1)$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n} = 1 + q^{-1} A^*(q^{-1})$$

$$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m} = q^{-1} B^*(q^{-1})$$

di mana :  $q^{-1}$  = shift backward operator

$d$  = delay

$u(t)$  = sinyal kendali

$Y(t)$  = output plant

- Plant-nya adalah Minimum Phase, di mana zero-zero dari  $B(q^{-1})$  memenuhi  $|z| < 1$ .
- Delay ( $d$ ) plant telah diketahui.
- Derajat Polinomial  $n$  dan  $m$  dari polinomial  $A(q^{-1})$  dan  $B(q^{-1})$  telah diketahui.

#### IV.3.4.2. Tracking dan Regulasi dengan Objek-objek Bebas

Pada prinsipnya tujuan dari perancangan pengatur disini adalah merancang sinyal kendali  $u(t)$ , sedemikian hingga diperoleh

$$P(q^{-1}) [y(k+d) - y_M(k+d)] = 0; t \geq 0 \dots\dots\dots (4.2)$$

Apabila didefinisikan persamaan tracking model referensi sebagai berikut

$$A_M(q^{-1}) y_M(t+d) = B(q^{-1}) u_M(t) \dots\dots\dots (4.3)$$

di mana  $y_M$  adalah output model referensi. Dari pembahasna tentang pengatur yang menggunakan metoda tracking dan regulasi dengan obyek-obyek bebas diperoleh polinomial identitas sebagai berikut

$$P(q^{-1}) = A(q^{-1}) S(q^{-1}) + q^{-d} R(q^{-1}) \dots\dots\dots (4.4)$$

yang mana akan memberikan suatu penyyelesaian unik apabila

$$\deg S(q^{-1}) = d - 1,$$

di mana :

$$S(q^{-1}) = s_0 + s_1 q^{-1} + \dots + s_{m-1} q^{-m+1}$$

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1 q^{-1} + \dots + r_{n-1} q^{-n+1}$$

dengan mensubsitusikan persamaan (4.4) ke persamaan (4.2), maka diperoleh persamaan

$$P(q^{-1}) y(t+d) = R(q^{-1}) y(t) + b_1 u(t) + S^*(q^{-1}) u(t-1) \dots\dots\dots (4.5)$$

dengan

$$S(q^{-1}) = B^*(q^{-1}) S'(q^{-1}) = b_1 + q^{-1} + S^*(q^{-1}) \dots\dots\dots (4.6)$$

dan

$$S(q^{-1}) = 1 + s'(q^{-1}) + \dots + s_{d-1} q^{-d}$$

Dari persamaan (4.5) dan (4.3), maka harga dari  $u(t)$  diperoleh sebagai berikut

$$u(t) = \frac{P(q^{-1}) y_M(t+d) - S^*(q^{-1}) u(t-1) - R(q^{-1}) y(t)}{b_1} \dots\dots\dots (4.7)$$

didefinisikan bahwa

$$\phi(t)^T = [u(t), \dots, u(t-m-d+1), y(t), \dots, y(t-n+1)] \dots\dots\dots (4.8)$$

dan

$$\theta^T = [b_1, s_1, \dots, s_{d+m-1}, r_0, \dots, r_{n-1}] \dots\dots\dots (4.9)$$

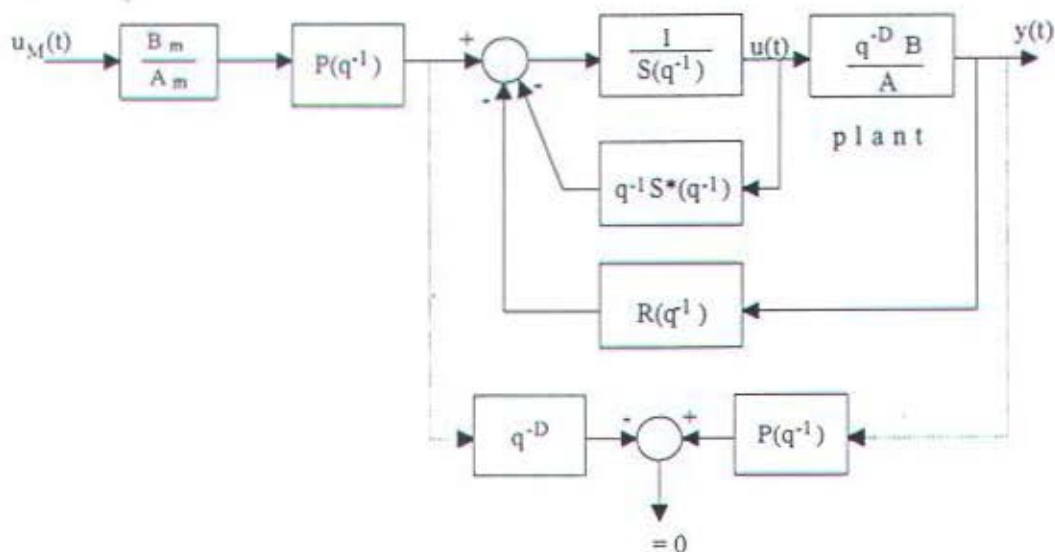
maka persamaan (4.7) menjadi

$$P(q^{-1}) y_M(t+d) = \theta^T \phi(t) \dots\dots\dots (4.10)$$

dengan skema pengaturan yang ditunjukkan pada gambar 4.15 (garis putus-putus menunjukkan besaran seperti pada persamaan (4.11)).

$$\varepsilon(t) = P(q^{-1}) [y(t) - y_M(t)] \dots\dots\dots (4.11)$$

Dan secara keseluruhan perancangan pengatur di atas hanya akan memberikan hasil yang memuaskan pada plant yang deterministik, linier dan time invariant.



Gambar 4.15. Tracking dan Regulasi dengan obyek-obyek bebas

#### IV.3.4.3. Struktur dan obyek sistem pengaturan adaptif

Untuk plant deterministik, struktur pengatur pada sistem pengatur adaptif sama dengan struktur pengatur yang dipakai pada sistem pengatur linier.

Perbedaannya adalah pada pengatur adaptif vektor parameter  $q$ (konstan) diubah menjadi  $\hat{\theta}$  yang dapat diatur, sebagai berikut :

$$\theta^T = [\hat{b}_1, \hat{s}_1, \dots, \hat{s}_{d+m-1}, \hat{r}_0, \dots, \hat{r}_{n1}] \quad \dots\dots\dots (4.12)$$

maka persamaan (4.7) menjadi

$$u(t) = \frac{P(q^{-1}) y_M(t+d) - \hat{S}^*(q^{-1}) u(t-1) - \hat{R}(q^{-1}) y(t)}{\hat{b}_1(t)} \quad \dots\dots\dots (4.13)$$

atau

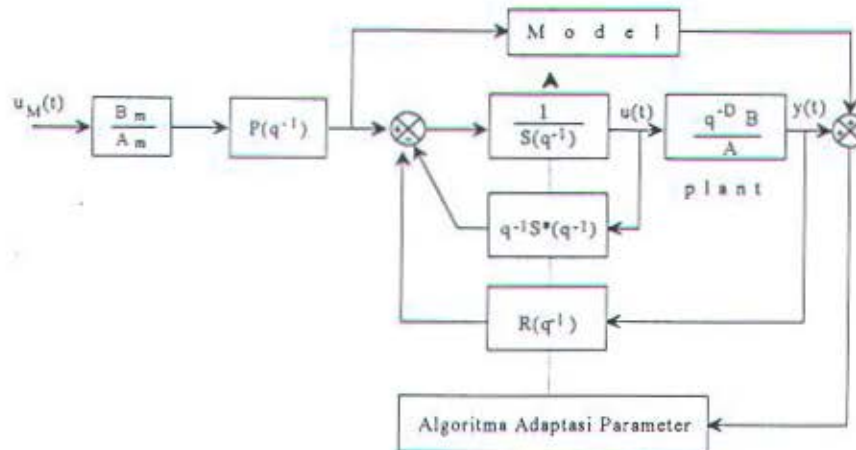
$$P(q^{-1}) y_M(t+d) = \hat{\theta}^T \hat{\phi}(t) \quad \dots\dots\dots (4.14)$$

dimana harga polinomial  $\hat{S}^*(t, q^{-1})$  dan  $\hat{R}(t, q^{-1})$  adalah sama dengan persamaan (4.6), tetapi dengan koefisien-koefisien yang bisa diatur.

Dari penggunaan mekanisme adaptasinya, maka ada 2 alternatif skema pengaturan adaptif Model referens, yaitu eksplisit dan implisit. Karena alam tugas akhir ini memakai sistem pengaturan adaptif eksplisit model referens, maka skema pengaturannya secara jelas ditunjukkan pada gambar 4.16, dari gambar tersebut terlihat bahwa Mekanisme adaptasi-nya secara langsung meng-*update* parameter  $q(t)$  yang dirancang untuk memperoleh



$$\lim_{k \rightarrow \infty} P(q^{-1}) [y(k+d) - y_M(k+d)] = \lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon^0(k+d) \dots (4.15)$$



Gambar 4.16. Sistem Pengatur Adaptif Model Referens

#### IV.3.4.4. Algoritma Adaptasi Parameter (PAA)

Untuk meng-update vektor parameter  $\hat{\theta}$  dan vektor informasi, maka dibutuhkan suatu algoritma adaptasi parameter (dalam hal ini digunakan estimasi Least Square), di mana secara lengkap ditunjukkan pada persamaan berikut :

$$\theta(t+d) = \theta(t+d-1) + F(t) \phi(t) \varepsilon(t+d) \dots (4.16)$$

di mana  $\varepsilon(t+d)$  adalah "A priori" prediksi error yang dilewatkan  $P(q^{-1})$ ,  $\phi(t)$  adalah vektor informasi yang harganya diberikan pada persamaan (4.8) dan  $F(t)$  adalah gain Adaptasi. Dengan Apriori prediksi errornya diberikan oleh persamaan

$$\begin{aligned} \varepsilon(t+d) &= P(q^{-1}) [y(t+d) - y_M(t+d)] \\ &= P(q^{-1}) y(t+d) - \theta(t) \phi^T(t) \dots (4.17) \end{aligned}$$

Dan secara umum untuk berbagai situasi diberikan oleh persamaan berikut :

$$F(t+1)^{-1} = \lambda_1(t) F(t)^{-1} + \lambda_2(t) \phi(t) \theta(t)^T \dots (4.18)$$

dengan

$$F(0) > 0; \quad 0 < \lambda_1(t) \leq 1; \quad 0 \leq \lambda_2(t) < 2$$

Untuk menghilangkan operasi invers matriks, maka dengan menggunakan lemma invers matriks pada lampiran-3, akan diperoleh

$$F(t+1) = \frac{1}{\lambda_1(t)} \left[ F(t) - \frac{F(t) \phi(t)^T \phi(t) F(t)}{\frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} + \phi(t)^T F(t) \phi(t)} \right] \dots\dots (4.19)$$

dengan  $\lambda_1(t)$  dan  $\lambda_2(t)$  adalah sebagai faktor pemberat.

#### IV.4. Perancangan model dan kelakuan regulasi.

Langkah pertama yang dilakukan dalam perancangan sistem pengatur adaptif MRAC adalah menentukan model ideal dari sistem yang akan diatur. Dimana model sistem ideal disesuaikan dengan spesifikasi sistem yang diinginkan. Setelah itu diteruskan dengan menentukan parameter kelakuan regulasi yang juga disesuaikan dengan spesifikasi sistem yang diinginkan.

Sedangkan model plant untuk simulasi ditentukan melalui proses identifikasi sistem dengan menggunakan metode *Recursive Least Square*.



#### IV.4.1. Spesifikasi sistem

Untuk sistem pengaturan posisi kapal selam model spesifikasi yang diinginkan adalah sebagai berikut

$$\text{Settling time } (t_s) : 0.1 \text{ detik}$$

$$\text{Rasio redaman } (\xi) : 0.4$$

$$\text{Frekuensi natural } (w_n) : 5 \text{ rad/det}$$

#### IV.4.2. Penurunan model

Model diskrit dapat dicari dengan menggunakan persamaan transformasi-z dari model kontinyu sistem orde dua (lampiran 1). Dari hasil perhitungan didapatkan harga parameter dari model sistem sebagai berikut :

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d} B(q^{-1})u(k)$$

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.6135 q^{-1} + 0.69172 q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 0.04167 + 0.036631 q^{-1}$$

Sedangkan untuk simulasi model diskrit plant diperoleh dari identifikasi parameter plant. Dan diperoleh harga-harga parameter dari plant sebagai berikut :

$$A(q^{-1}) = 1 - 0.93631704 q^{-1} + 0.04124983 q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 0.08233$$

$$d = 1$$

#### IV.4.3 Kelakuan Regulasi $P(q^{-1})$

Untuk menentukan harga-harga koefisien polinomial kelakuan regulasi  $P(q^{-1})$ , maka pemilihan frekwensi naturalnya harus memenuhi aturan bahwa :

- ♦ frekwensi natural yang dipilih harus lebih besar dari pada frekwensi natural model, karena diinginkan waktu respon regulasi yang lebih cepat daripada respon perubahan frekwensi referens.
- ♦ bandwidth-nya tidak melebihi range bandwidth yang ditentukan pada persamaan.

Dan dalam tugas akhir ini frekuensi naturalnya dipilih sebesar 10 rad/det, periode pencacahan 0.1 detik dan rasio redaman 0.4, maka dapat dihitung harga parameter kelakuan regulasi dengan transformasi-z dan diperoleh :

$$P(q^{-1}) = 1 - 1.13537 q^{-1} + 0.13533 q^{-1}$$

#### IV.4.4. Perancangan Estimator

Penyusunan program *Algoritma Adaptasi Parameter* menggunakan metode "*U-D Faktorisasi*". Algoritma U-D faktorisasi ini diperoleh dengan mengubah matrik gain adaptasi  $F(t)$  menjadi :

$$F(t) = U D U^T$$

dimana  $D$  adalah matrik diagonal dan  $U$  adalah matrik segitiga atas. Dengan demikian operasi matrik diubah menjadi vektor dan algoritma ini cocok untuk dipakai dalam aplikasi real. Dan penurunan rumus dari  $F(t)$  menjadi  $U D U^T$  secara jelas dapat dilihat pada lampiran-2.



#### IV.5. SIMULASI

Sebelum hasil perancangan diimplementasikan pada sistem real, terlebih dahulu hasil perancangan tersebut perlu disimulasikan untuk menghindari kesalahan atau kekurangtelitian yang berakibat fatal.

Diagram alir simulasi perancangan sistem pengatur adaptif dapat dilihat pada gambar 4.17.

Hal-hal yang perlu diperhatikan untuk memperoleh kinerja sistem yang baik, adalah pemilihan harga-harga parameter awal seperti Gain Adaptasi  $F(0)$ , Gain Adaptasi Minimum  $F_m(0)$ , dan Tuning parameter ( $\sigma$ ) harus tepat. Oleh karena itu dalam menentukan harga-harga parameter diatas terlebih dahulu harus diketahui pengaruh dari masing-masing parameter terhadap kinerja sistem.

##### IV.5.1 Gain Adaptasi Awal $F(0)$

Gain adaptasi awal adalah suatu matrik definit positif yang akan menentukan "*Kecepatan adaptasi*" atau "*Kecepatan Konvergensi*" dari estimator parameter. Di mana kondisi awal Gain Adaptasi diberikan oleh persamaan berikut :

$$F(0) = \alpha I, \quad \alpha > 0$$

Harga  $\alpha$  tidak terlalu kritis peranannya dalam algoritma estimasi. Apabila informasi yang lebih pasti tentang harga parameter sistem belum didapat, maka  $\alpha$  dapat ditentukan dengan harga yang sangat besar (1000). Selanjutnya, secara natural harga gain adaptasi akan menurun harganya dengan cepat. Sebaliknya jika informasi tentang parameter sistem yang benar dipunyai, maka  $\alpha$  dipilih kecil.

#### IV.5.2 Gain Adaptasi Minimum ( $F_m$ )

Untuk menjaga sensitifitas estimator, maka perlu diberikan batasan harga maksimum dan minimum dari matrik gain adaptasi ( $F$ ). Hal ini dilakukan untuk mereset kembali harga matrik Gain Adaptasi bila sewaktu-waktu keluar dari batasan yang telah diberikan.

Harga  $F$  yang terlalu besar akan menyebabkan perubahan parameter estimasi secara mendadak saat informasi baru masuk dan diterima estimator, sehingga sistem bereaksi secara cepat. Keadaan ini harus dihindari dengan memberikan batasan harga maksimum pada  $F$ , dan mereset kembali ke harga maksimum bila harga  $F$  terlalu besar.

Sebaliknya masalah lain akan terjadi apabila harga  $F$  terlalu kecil, yang berakibat perubahan parameter model pada sistem cenderung tetap dan lambat saat informasi baru masuk dan diterima estimator. Pada harga yang kecil ini kemampuan sistem dalam menyesuaikan perubahan-perubahan parameter menjadi berkurang, sehingga sifat adaptasi juga menjadi berkurang.

#### IV.5.3. Forgetting Faktor

Forgetting faktor digunakan untuk mengurangi pengaruh data lama terhadap parameter sistem atau dengan kata lain forgetting faktor ini digunakan untuk memperbaiki sensitifitas estimator. Hal ini dapat dilihat apabila harga dari  $(y - y_m)$  dan  $(u(t) - u(t-1))$  berharga tetap, maka persamaan 4.19, menjadi :

$$F(t) = \frac{F(t)}{\lambda}$$

pada kondisi ini harga gain adaptasinya bertambah secara eksponensial.

Selain itu besaran ini memberi bobot pada data dan merupakan ukuran kecepatan pelupaan data lama, makin kecil harga faktor pelupa ( $\lambda$ ) makin cepat data dilupakan. Jangkauan harga  $\lambda$ , supaya estimator dapat bekerja dengan baik yaitu antara  $0.95 < \lambda < 0.999$ .

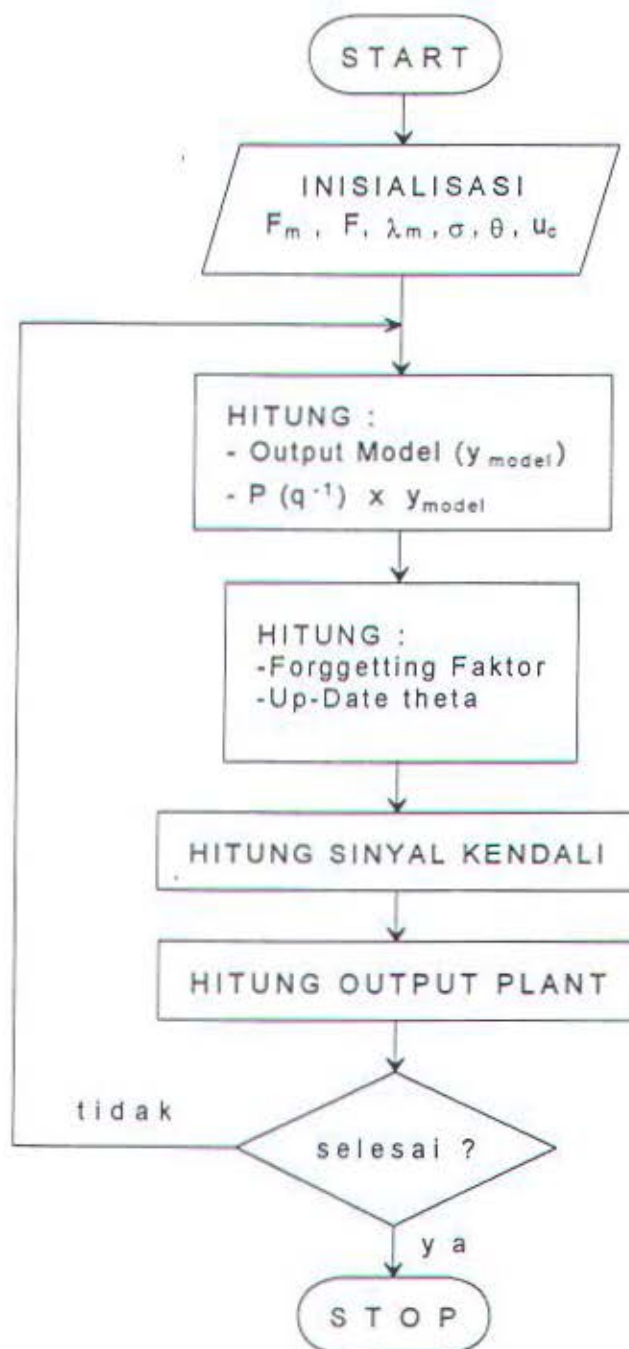
#### **IV.5.4 Tuning Parameter ( $\sigma$ )**

Harga tipikal dari tuning parameter adalah antara 1-10. Fungsi dari tuning parameter adalah meminimumkan harga error estimasi. Apabila tuning parameter besar, maka akan terjadi pengurangan error hasil estimasi pada saat awal estimasi. Sedangkan untuk tuning parameter yang kecil tidak terjadi pengurangan error hasil estimasi.

#### **IV.5.5 Vektor Parameter Awal ( $\theta(0)$ )**

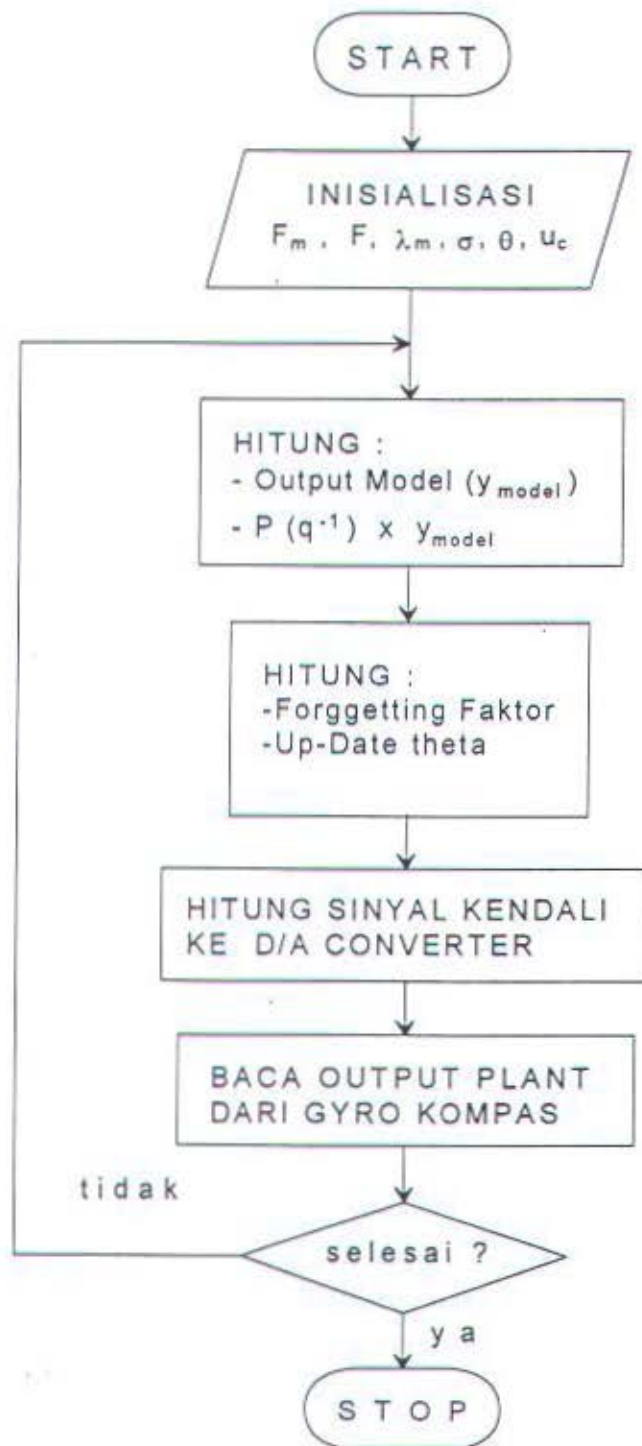
Untuk sistem dengan harga parameter model yang tidak diketahui secara pasti diberi harga awal vektor parameter sistem yang mendekati harga sebenarnya, agar keluaran akan lebih cepat konvergen. Sebaliknya bila harga awal lebih jauh dari harga sebenarnya, maka konvergensi akan lebih lambat.





Gambar 4.17 Diagram alir simulasi perancangan pengatur adaptif Eksplisit MRAC





Gambar 4.19. Diagram alir implementasi Pengatur adaptif Eksplisit MRAC

## BAB V

### ANALISA HASIL SIMULASI DAN IMPLEMENTASI

Untuk mengetahui bagaimana program komputer yang dibuat dapat digunakan sebagai alat bantu menganalisa kestabilan dan respon waktu sistem pengendalian gerak kapal selam, maka pada bab V ini akan diperlihatkan aplikasinya pada perancangan dan pembuatan model fisik kapal selam dengan parameter tetap dan perubahan parameter.

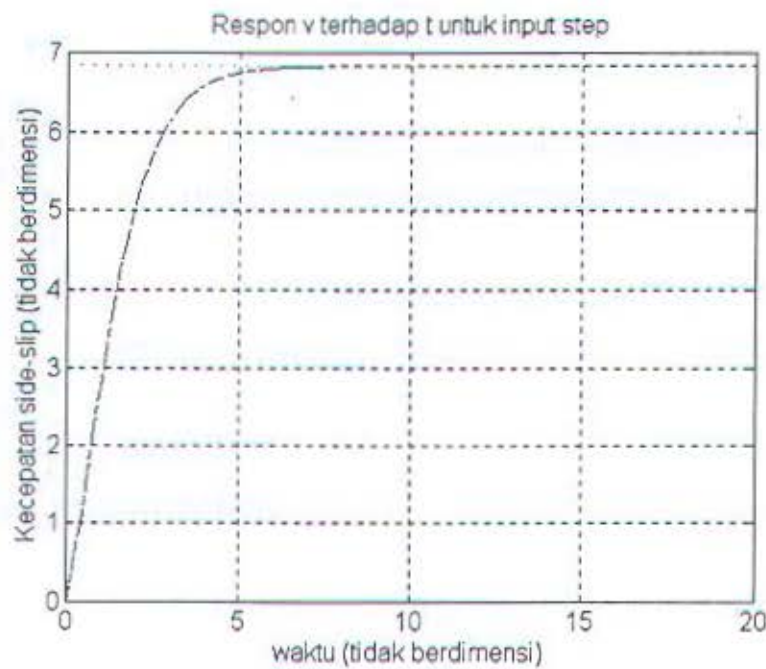
#### V.1. Analisa stabilitas dan pengendalian gerak kapal selam model

Data kapal selam model diberikan pada lampiran 7. Program yang dibuat digunakan sebagai alat analisa data kapal selam yang dirancang. Keluaran numerik dari program diberikan pada lampiran 7. Besarnya eigenvalue dari keluaran tersebut seperti yang tertera pada tabel 5.1.

*Tabel 5.1. Eigenvalue untuk parameter tetap model kapal selam*

Eigenvalue	Bagian Riil	Bagian Imajiner
$s_1$	- 3,319161	0,000000
$s_2$	- 0,462579	0,000000
$s_3$	- 1,473400	0,000000

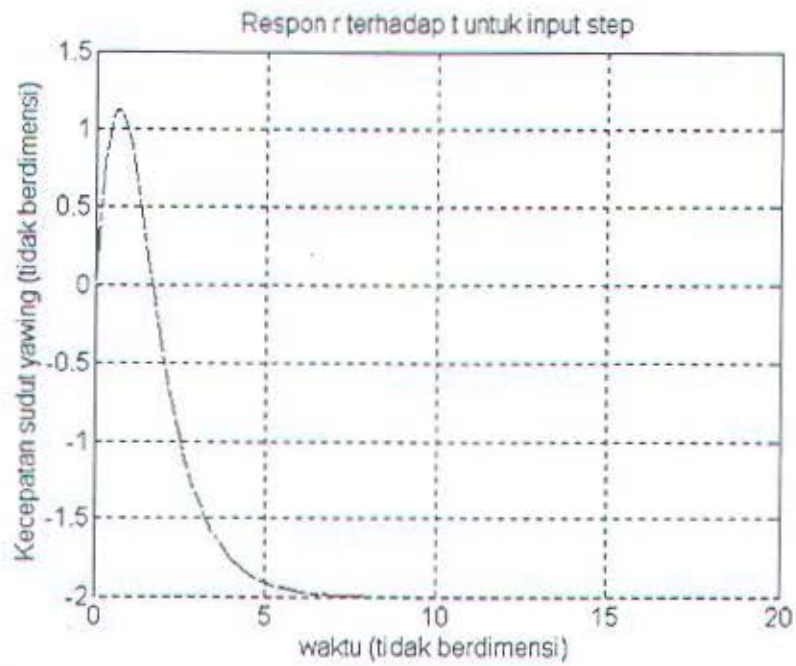
Dari keluaran numerik respons waktu untuk kecepatan side-slip  $V(t)$ , kecepatan sudut yawing  $R(t)$ , dan kecepatan sudut rolling  $P(t)$  dapat digambarkan grafik respons waktunya seperti terlihat pada gambar 5.1, 5.2 dan 5.3.



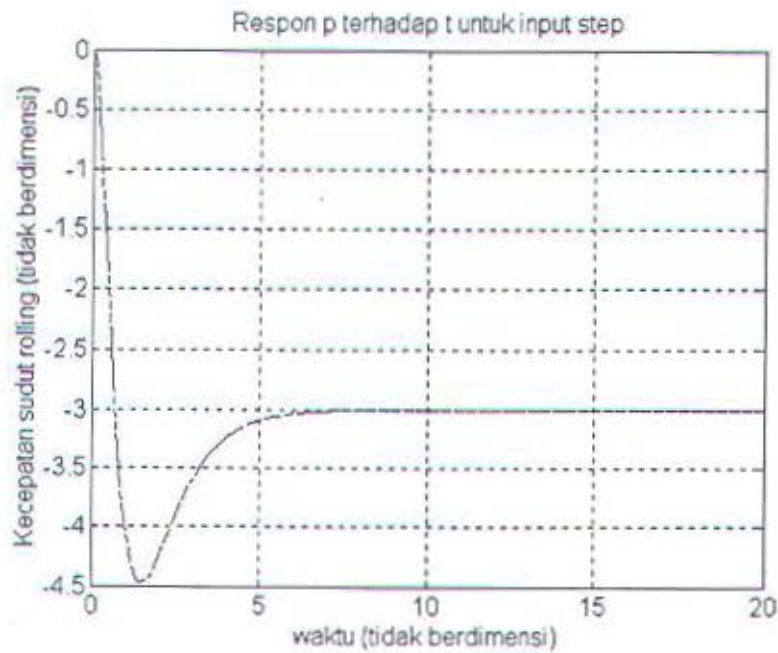
Gambar 5.1. Respon kecepatan side-slip ( $v$ ) terhadap waktu ( $t$ )

Karena dari tabel 5.1 tersebut terlihat bahwa eigenvalue sistem untuk data Kapal Selam yang dirancang mengandung bagian riil yang berharga negatif, maka Model Kapal Selam adalah suatu sistem yang stabil.

Dari gambar 5.1. dan dari keluaran numerik respon waktu lampiran 7 dapat dianalisa bahwa apabila kemudi diputar ke kiri sejauh 0,01754 radian, maka seketika itu juga kapal selam model ini mengalami gerakan menyamping ke kanan dengan kecepatan side slip yang semakin bertambah dengan bertambahnya waktu.



Gambar 5.2. Respon kecepatan sudut yawing ( $r$ ) terhadap waktu ( $t$ )



Gambar 5.3. Respon kecepatan sudut rolling ( $p$ ) terhadap waktu ( $t$ )



Namun karena waktunya tidak berdimensi, maka misalnya kecepatan relatif majunya kapal selam  $U = 20$  knot akan menghasilkan  $t$  yang berdimensi hanya sebesar 2,5 detik. Dengan demikian walaupun kecepatan side slip terus bertambah namun waktu pertambahan tersebut relatif singkat sekali, kemudian berkurang terus hingga berubah arah kemiringannya ke kanan dalam waktu yang sesaat hingga mendekati konstan. Keadaan demikian ini tentu saja sangat diharapkan. Sebab bila kecepatan sudut rolling bertambah terus dalam waktu tertentu yang dapat menyebabkan kapal selam terbalik.

Dari uraian ini, jelaslah bahwa perubahan sudut kemudi sebesar 0,01754 radian ( $1^\circ$ ) pun sudah mengakibatkan respon terhadap ketiga gerakan lateral. Untuk itulah tidak cukup hanya dianalisa stabilitasnya saja melainkan diperlukan juga analisa respon waktu. Apabila tidak tentu saja risikonya adalah berupa terbaliknya kapal selam.

## **V.2. Analisa stabilitas dan pengendalian kapal selam model untuk perubahan parameter**

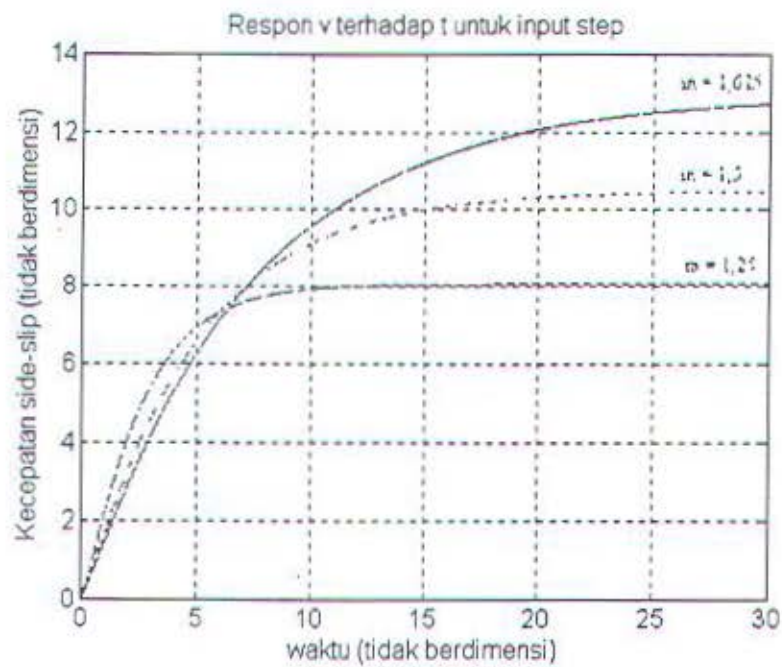
Seperti yang diuraikan di atas bahwa pada bab V ini akan dibahas aplikasi program untuk perubahan beberapa parameter yaitu perubahan massa (SHM), perubahan panjang (PAN) dan perubahan bouyancy (BOUYANCY) serta perubahan sudut kemudi. Besarnya perubahan tersebut seperti yang tertera dalam tabel 5.2. Untuk keperluan analisa pengaruh perubahan parameter pada bab V ini tidak akan ditinjau seluruh perubahan seperti yang tersebut dalam tabel 5.2.

melainkan hanya ditinjau tiga perubahan saja untuk masing-masing parameter sebagai contoh analisa.

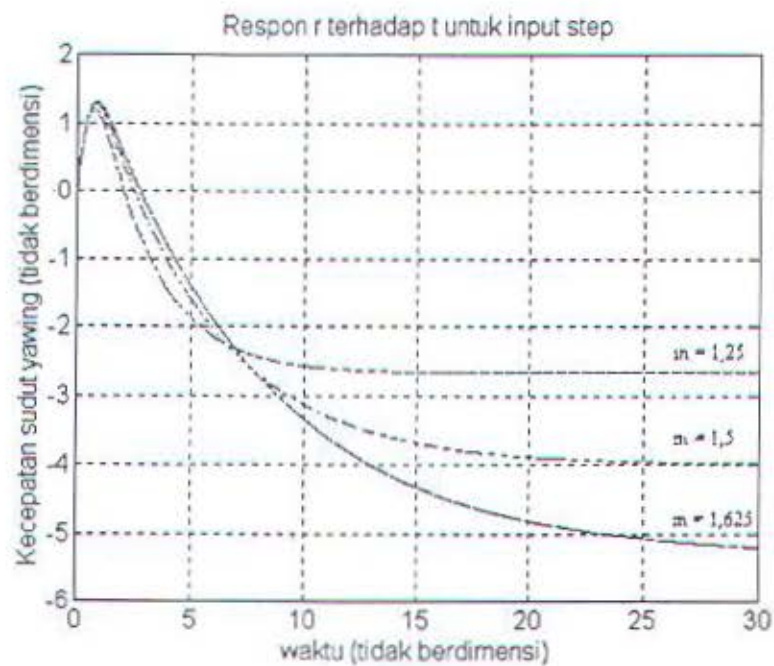
Tabel 5.2. Tabel Perubahan Parameter

Parameter	Batas Perubahan	Harga Perubahan
<u>Massa</u> SHM (slug)	H. min = 1,25 H. maks = 2,75 J. step = 5	SHM <sub>1</sub> = 1,25 SHM <sub>2</sub> = 1,65 SHM <sub>3</sub> = 2 SHM <sub>4</sub> = 2,375 SHM <sub>5</sub> = 2,75
<u>Panjang</u> PAN (feet)	H. min = 3,25 H. maks = 8,5 J. step = 8	PAN <sub>1</sub> = 3,25 PAN <sub>2</sub> = 4 PAN <sub>3</sub> = 4,75 PAN <sub>4</sub> = 5,5 PAN <sub>5</sub> = 6,25 PAN <sub>6</sub> = 7 PAN <sub>7</sub> = 7,75 PAN <sub>8</sub> = 8,5
Bouyancy (feet)	H. min = 0,109 H. maks = 0,533 J. step = 8	BUO <sub>1</sub> = 0,109 BUO <sub>2</sub> = 0,167 BUO <sub>3</sub> = 0,225 BUO <sub>4</sub> = 0,283 BUO <sub>5</sub> = 0,341 BUO <sub>6</sub> = 0,399 BUO <sub>7</sub> = 0,457 BUO <sub>8</sub> = 0,533
<u>Sudut Kemudi</u> $\delta_R$ (radian)		$\delta_{R_1}$ = 0,05263 $\delta_{R_2}$ = 0,14055 $\delta_{R_3}$ = 0,26316 $\delta_{R_4}$ = 0,43859 $\delta_{R_5}$ = 0,61403 $\delta_{R_6}$ = 0,78947 $\delta_{R_7}$ = 0,96491

Adapun pengaruh beberapa parameter tersebut terhadap eigen value sistem tertera dalam tabel 5.3 dan pengaruh beberapa parameter tersebut terhadap respon waktunya terlihat dalam gambar 5.4. hingga gambar 5.15.

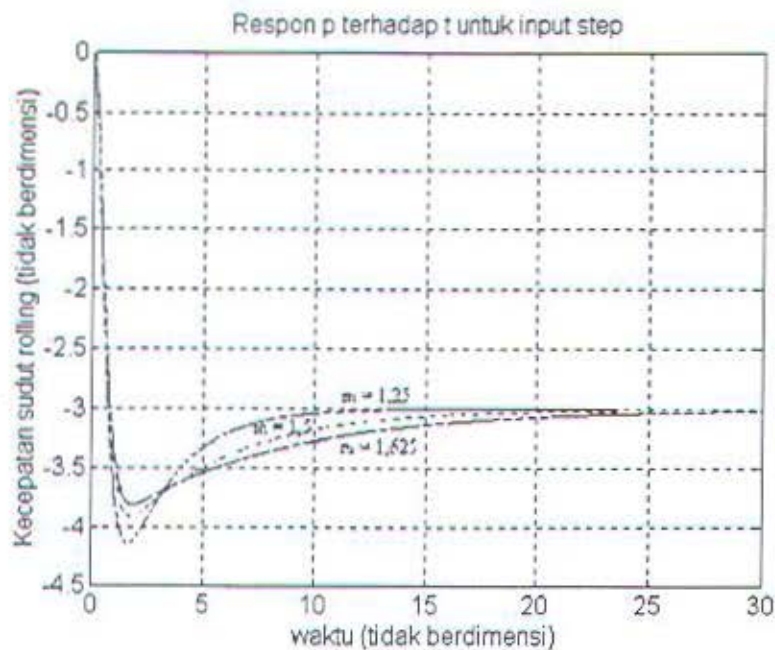


Gambar 5.4. Respon kecepatan side-slip ( $v$ ) terhadap perubahan massa



Gambar 5.5. Respon kecepatan sudut yawing ( $r$ ) terhadap perubahan massa





Gambar 5.6. Respon kecepatan sudut rolling ( $p$ ) terhadap perubahan massa

#### V.2.1. Peninjauan perubahan massa

Pengaruh perubahan massa yang akan ditinjau disini adalah pengaruh SHM1, SHM2 dan SHM3. Dari tabel 5.3. dapatlah dianalisa bahwa semakin besar massa kapal selam model akan mengakibatkan kapal selam tersebut semakin berada dalam keadaan stabil dan semakin kecil massa kapal selam tersebut akan mengakibatkan kapal selam semakin tidak stabil.

Namun dari keseluruhan hasil perubahan yang diperoleh, ternyata pada  $SHM5 = 2.75$  slug kapal selam model berada dalam keadaan yang tidak stabil. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa kapal selam model akan berada dalam keadaan stabil jika kapal selam tersebut terletak dalam batas  $1,25 < \text{massa} < 2,75$  slug.



Tabel 5.3. Perhitungan Eigen Value untuk perubahan parameter

Perubahan Parameter	Eigenvalue	
	Bagian Riil	Bagian Imajinair
SHM = 1,25	0,542736E-01	0,00000
	- 0,827517E-00	-0,127551
	- 0,827517E-00	0,127551
SHM = 1,5	- 0,164783E-01	0,00000
	- 0,731886E+00	0,00000
	- 0,980078E+00	0,00000
SHM = 1,625	- 0,109597E+00	0,00000
	- 0,629852E+00	0,00000
	- 0,116456E+00	0,00000
PAN = 3,25	0,509862E-01	0,00000
PAN = 4	- 0,985461E-01	0,00000
	- 0,711769E+00	0,00000
	- 0,897574E-02	0,00000
PAN = 4,75	- 0,212606E+00	0,00000
	- 0,103921E+01	0,00000
	- 0,299448E+00	0,00000
BUOYANCY = 0,109	- 0,391583E+00	0,00000
	- 0,137453E+01	0,00000
	0,104356E+00	0,00000
BUOYANCY = 0,167	- 0,247858E+00	0,00000
	- 0,777136E+00	0,00000
	- 0,365618E-02	0,00000
BUOYANCY = 0,225	- 0,359131E+00	0,00000
	- 0,104773E+01	0,00000
	- 0,157052E+00	0,00000
	- 0,444295E+00	0,00000
	- 0,129905E+01	0,00000

Sedangkan dari gambar 5.4 sampai dengan 5.6. tersebut diatas dapatlah dianalisa bahwa semakin besar massa kapal selam model dengan sudut kemudi sebesar 0.01754 radian akan menyebabkan bertambahnya kecepatan gerakan menyamping ke kanan yang dapat mengakibatkan kapal selam keluar dari orbit perjalanan semestinya.

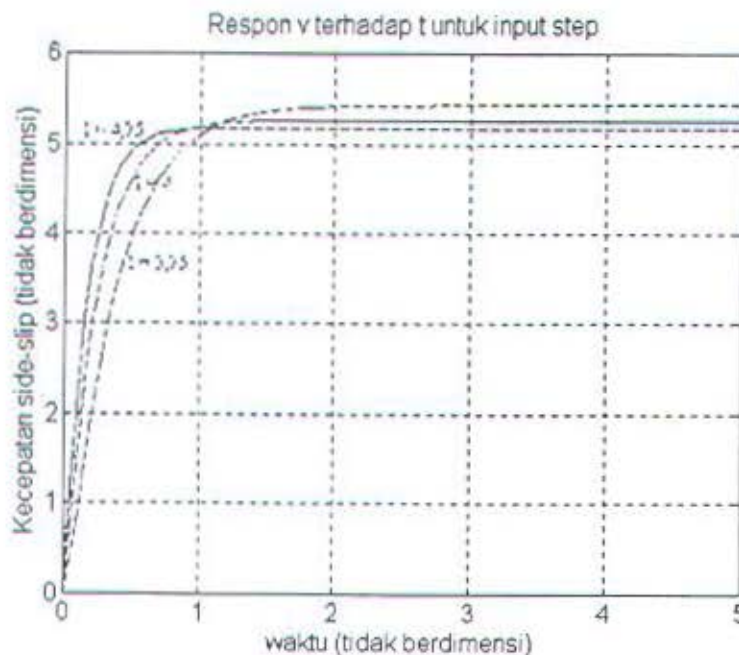
Namun keadaan diatas hanya terjadi dalam waktu singkat saja. Dan semakin besar massa kapal selam tersebut akan menyebabkan bertambahnya kecepatan

gerak putar ke kanan namun hanya dalam waktu yang relatif singkat. Keadaan ini masih memungkinkan kapal selam berputar dengan mantap.

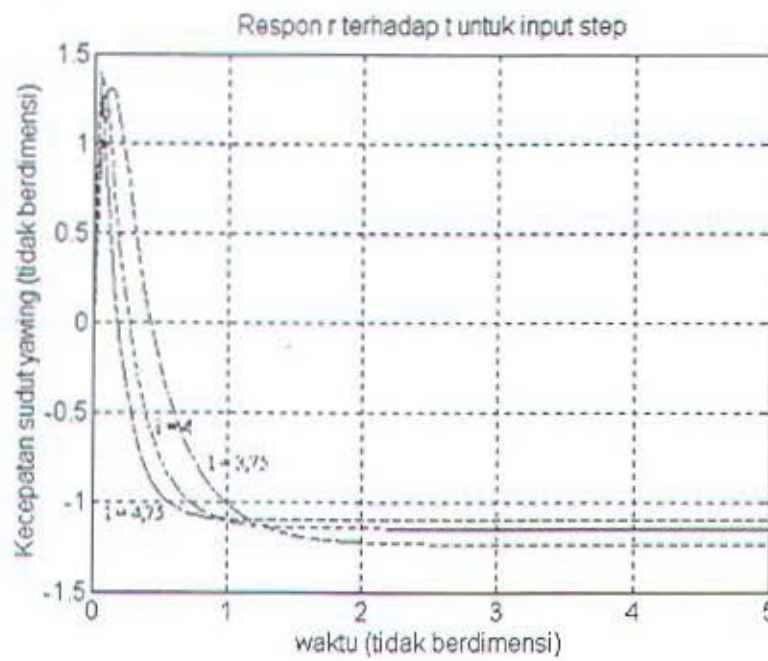
Selanjutnya semakin besar massa kapal selam tersebut juga akan menyebabkan bertambahnya kecepatan kemiringan kapal selam ke kiri dan sesaat ke kanan dengan kecepatan yang berkurang terus hingga mendekati konstan. Keadaan semacam inilah yang diinginkan, karena tidak akan mengakibatkan kapal selam terbalik.

### V.2.2. Pengaruh perubahan panjang

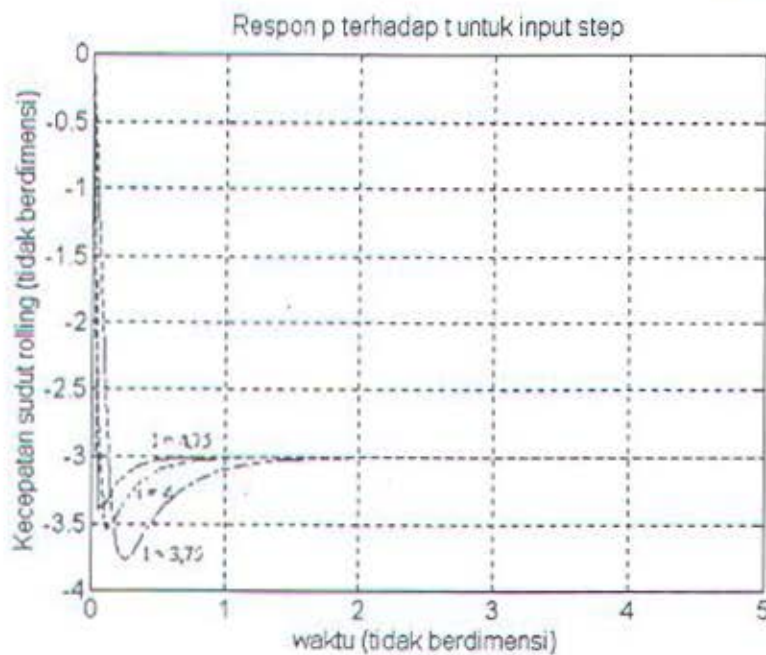
Pengaruh perubahan panjang yang akan ditinjau adalah pengaruh  $PAN_1$ ,  $PAN_2$  dan  $PAN_3$ . Dari gambar 5.7 sampai dengan 5.9 terlihat bahwa semakin besar panjang kapal selam, semakin stabil pula kapal selam tersebut.



Gambar 5.7. Respon kecepatan side-slip ( $v$ ) terhadap perubahan panjang



Gambar 5.8. Respon kecepatan sudut yawing ( $r$ ) terhadap perubahan panjang



Gambar 5.9. Respon kecepatan sudut rolling ( $p$ ) terhadap perubahan panjang

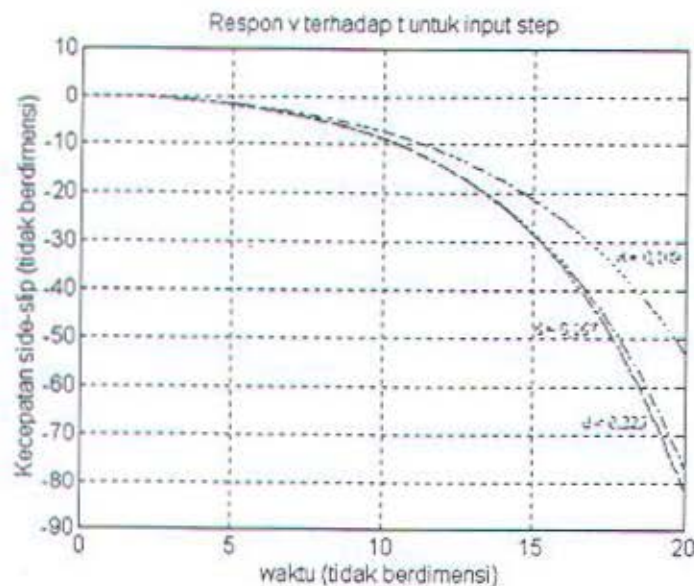


Dari gambar terlihat bahwa semakin besar panjang kapal selam akan menyebabkan berkurangnya kecepatan gerak menyamping, bertambahnya gerak putar dan bertambahnya kecepatan gerak kemiringan kapal selam.

### V.2.3. Pengaruh perubahan Buoyancy

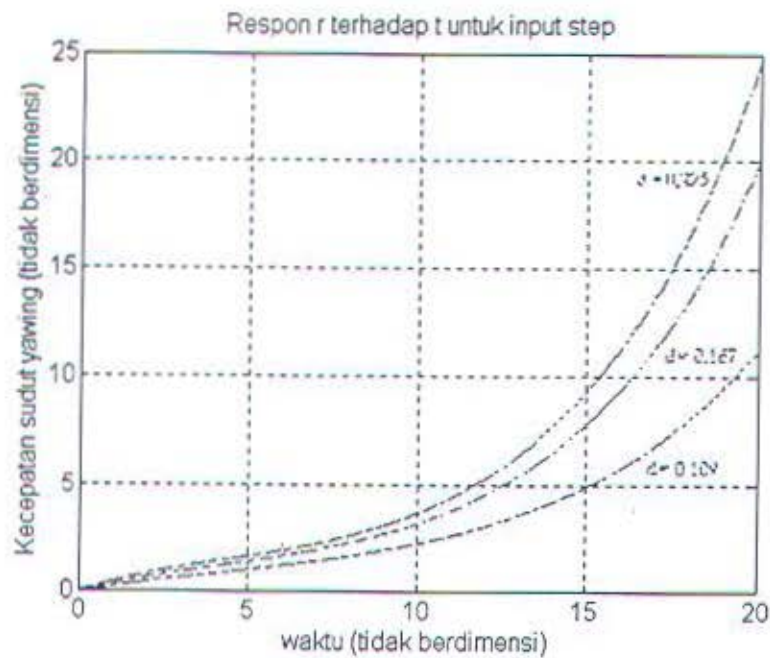
Pengaruh perubahan buoyancy yang akan dibahas disini adalah pengaruh BOUYANCY1, BOUYANCY2, dan BOUYANCY3. Dari tabel 5.3 terlihat bahwa semakin besar buoyancy kapal selam model akan semakin stabil pula kapal selam tersebut.

Dan dari gambar 5.10 sampai 5.12 tersebut diatas terlihat pula bahwa semakin besar buoyancy kapal selam akan menyebabkan semakin berkurangnya kecepatan gerak menyamping, berkurangnya kecepatan gerak putar dan berkurangnya pula kecepatan gerak kemiringan kapal selam.

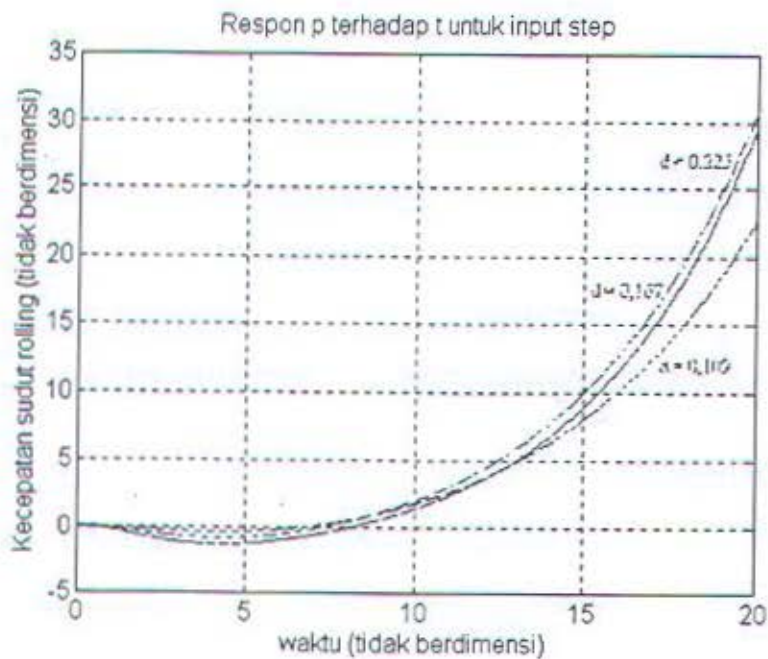


Gambar 5.10. Respon kecepatan side-slip ( $v$ ) terhadap perubahan buoyancy





Gambar 5.11. Respon kecepatan sudut yawing ( $r$ ) terhadap perubahan buoyancy

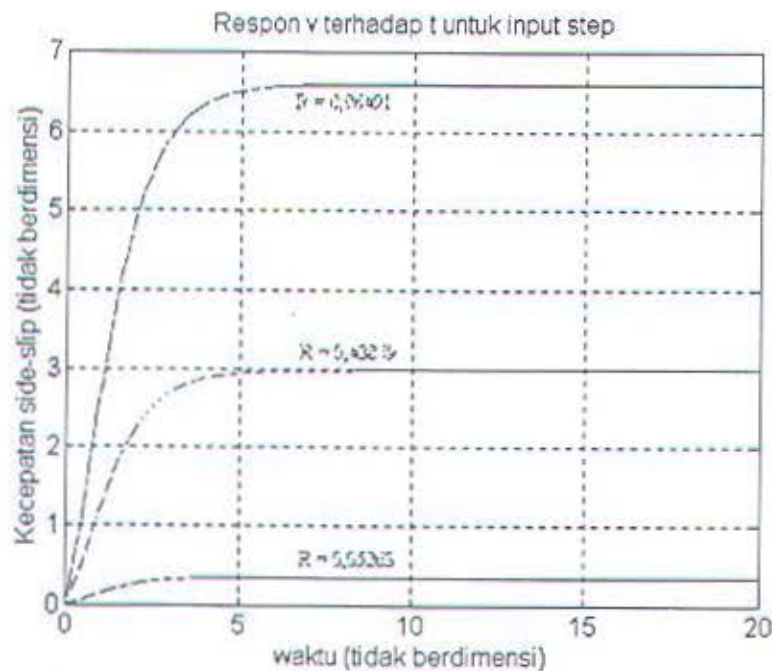


Gambar 5.12. Respon kecepatan sudut rolling ( $p$ ) terhadap perubahan buoyancy

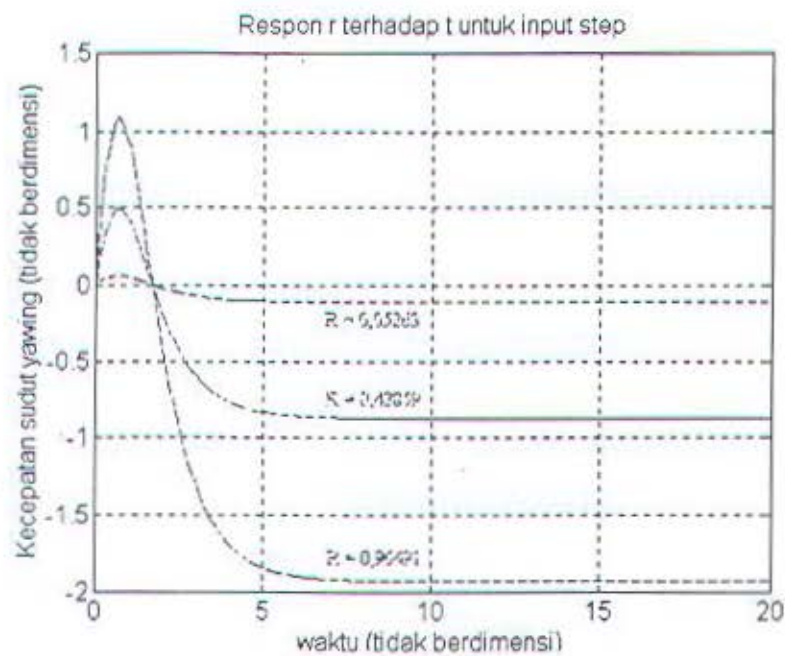
Hal yang demikian inilah yang sangat memungkinkan kapal selam melakukan perubahan haluan dengan mantap.

#### V.2.4. Pengaruh perubahan sudut rudder

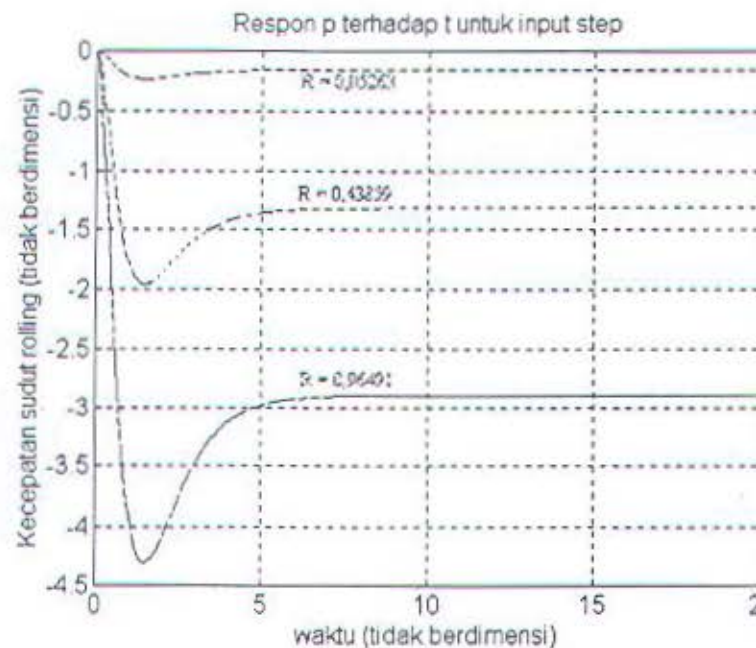
Pengaruh perubahan sudut kemudi, yang akan ditinjau disini adalah pengaruh  $\delta_R1$ ,  $\delta_R2$  dan  $\delta_R3$ . Dari tabel 5.3 dan gambar 5.13 sampai 5.15 terlihat bahwa semakin besar sudut kemudi kapal model akan menyebabkan semakin bertambahnya kecepatan gerakan lateral. Hal ini tentunya akan berakibat yang fatal bagi keselamatan kapal selam. Bukan saja akan menyebabkan kapal selam menjauhi lingkaran putarnya tetapi juga akan berakibat terbaliknya bahkan tenggelamnya kapal selam.



Gambar 5.13. Respon kecepatan side-slip ( $v$ ) terhadap perubahan sudut kemudi



Gambar 5.14. Respon kecepatan sudut yawing ( $r$ ) terhadap perubahan sudut kemudi



Gambar 5.15. Respon kecepatan sudut rolling ( $p$ ) terhadap perubahan sudut kemudi

Dengan demikian dari uraian tersebut diatas jelaslah bahwa perubahan parameter sebesar berapapun akan mengakibatkan perubahan respon waktu terhadap ketiga gerakan lateral kapal selam. Perubahan respon ketiga gerakan

lateral ini tidak akan begitu berpengaruh dan berakibat yang fatal bagi keselamatan kapal selam, jika perubahan tersebut hanya terjadi dalam waktu yang relatif singkat dan mendekati konstan. Selain itu, apabila diinginkan adanya perubahan haluan arah lintasan kapal selam maka haruslah dipertimbangkan berapa besar sudut kemudi yang masih memungkinkan kapal selam berputar dengan lingkaran putar yang beraturan dan berputar dengan mantap.





### V.3. Analisa hasil simulasi sistem pengatur

Analisa hasil simulasi dilakukan untuk mengetahui apakah hasil perancangan sudah sesuai dengan yang diinginkan dan bagaimana kinerja sistem pengatur adaptif terhadap perubahan input, apakah sistem akan mampu mengikuti setiap perubahan model yang diinginkan atau tidak.

#### V.3.1 Simulasi Dengan Asumsi Vektor Parameter Tidak Diketahui

Simulasi dengan asumsi vektor parameter tidak diketahui dilakukan untuk mendapatkan harga parameter theta yang konvergen. Simulasi ini dilakukan dengan pemilihan harga parameter awal sebagai berikut :

$$F(0) = 1000$$

$$\sigma = 5$$

$$F_m(0) = 10$$

dan vektor parameter awal :

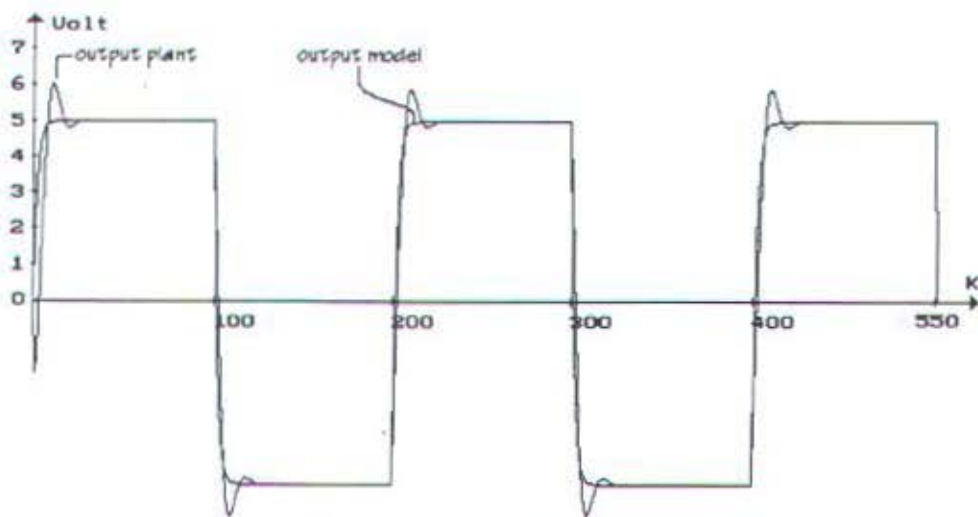
$$\theta_1(0) = 1$$

$$\theta_2(0) = 0$$

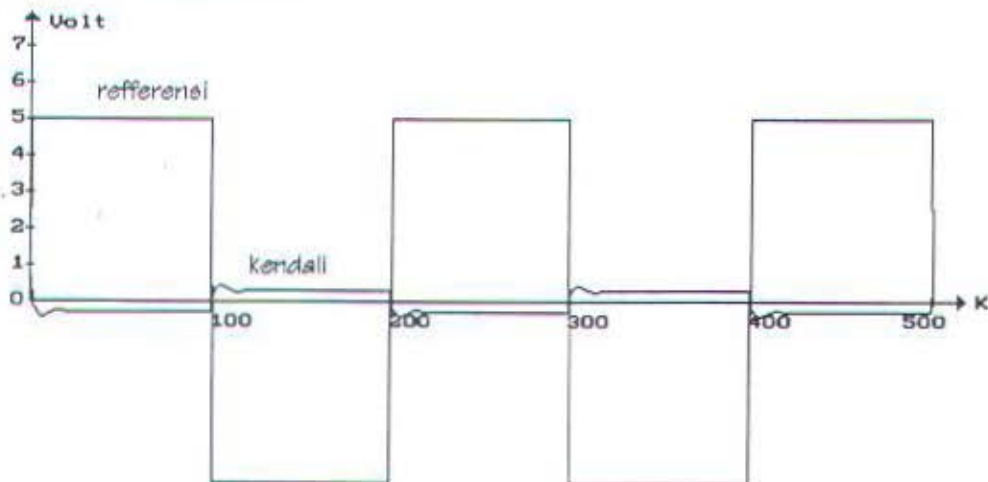
$$\theta_3(0) = 0$$

Hasil keluaran, sinyal kendali sistem dan perubahan vektor parameter dapat dilihat pada gambar 5.16.a, b, c.

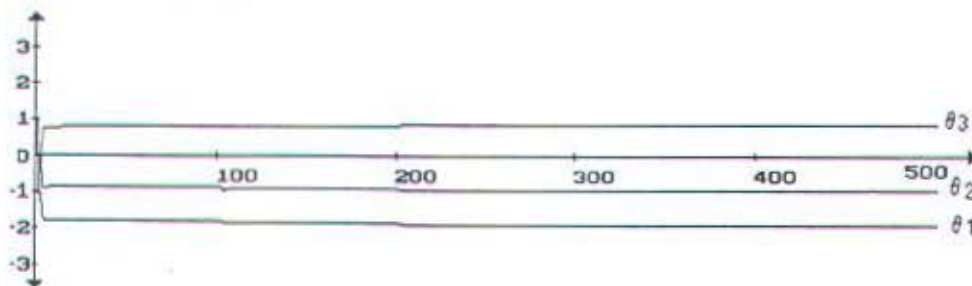
Dari gambar 5.16a terlihat bahwa keluaran sistem mampu mengikuti setiap perubahan keluaran model, sedangkan gambar 5.16c terlihat bahwa harga vektor parameternya menuju harga konvergen. Oleh karena itu hasil perancangan pengatur Adaptif Model Referens yang dibuat sudah benar.



Gambar 5.16.a Keluaran hasil simulasi pengatur MRAC dengan asumsi vektor parameter tidak konvergen



Gambar 5.16. b Sinyal kendali hasil simulasi pengatur MRAC dengan asumsi vektor parameter tidak konvergen



Gambar 5.16.c Vektor parameter hasil simulasi pengatur MRAC dengan asumsi vektor parameter tidak konvergen

### V.3.2. Simulasi dengan asumsi vektor parameter konvergen diketahui.

Dari hasil simulasi dengan asumsi vektor parameter konvergen tidak diketahui, maka selanjutnya dapat dilakukan simulasi dengan asumsi vektor parameter diketahui.

Dimana dengan simulasi ini diharapkan sistem akan beradaptasi lebih cepat dibanding dengan simulasi sebelumnya.

Dalam simulasi ini pemilihan harga awal yang baru adalah :

$$F(0) = 100$$

$$\sigma = 5$$

$$F_m(0) = 10$$

dengan vektor parameter awal merupakan harga vektor konvergennya :

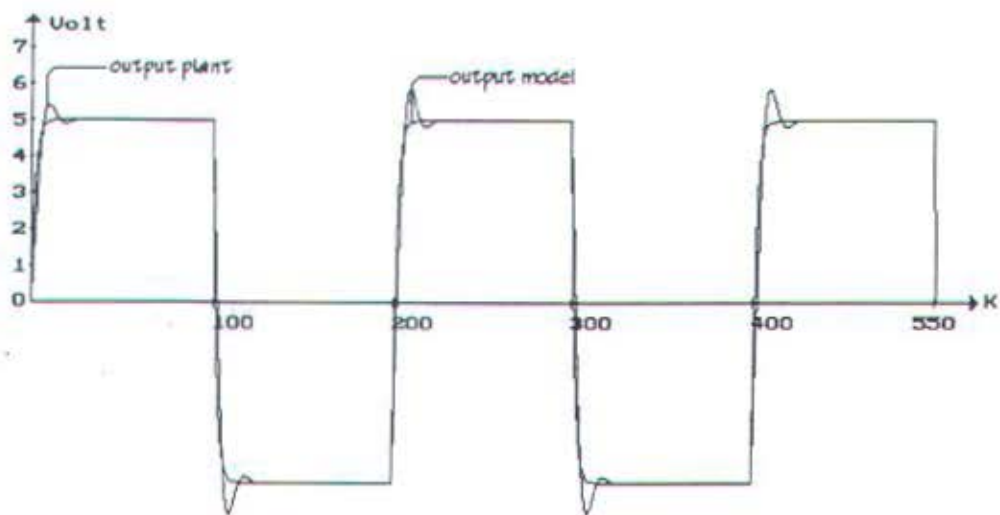
$$\theta_1(0) = -1.85$$

$$\theta_2(0) = -0.842$$

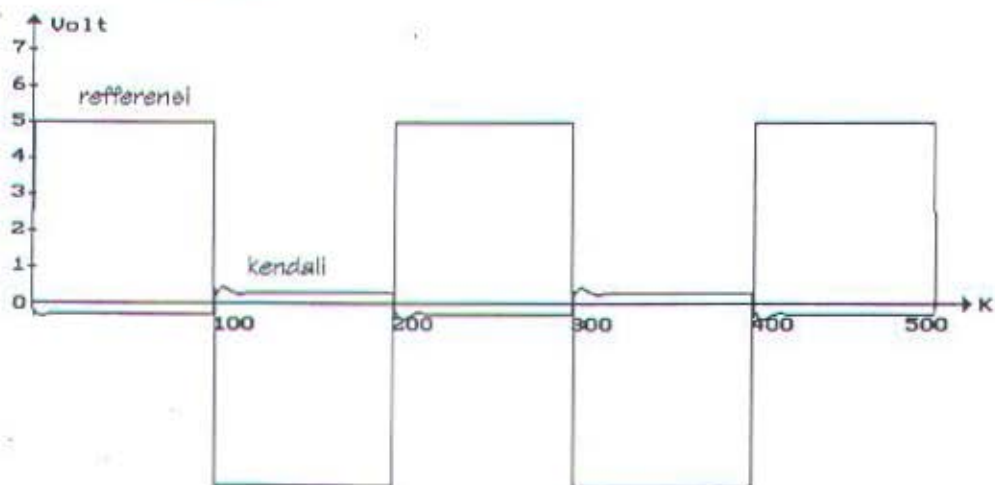
$$\theta_3(0) = 0.776$$

dan hasil keluaran, sinyal kendali sistem dan perubahan vektor parameter dapat dilihat pada gambar 5.17. a, b, c.

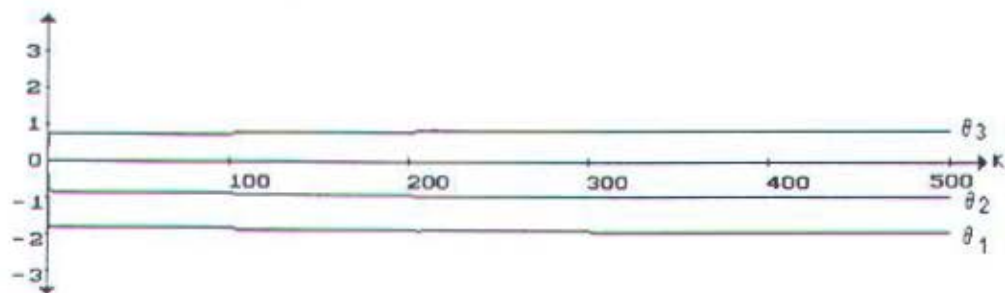
Dari gambar 5.17.a,b,c terlihat bahwa bila harga vektor parameter konvergennya diketahui, maka pemilihan harga gain adaptasi awal yang lebih kecil akan memberikan respons yang lebih baik dengan vektor parameter yang lebih cepat konvergen.



Gambar 5.17.a Keluaran hasil simulasi pengatur MRAC dengan asumsi vektor parameter konvergen



Gambar 5.17.b Sinyal kendali hasil simulasi pengatur MRAC dengan asumsi vektor parameter konvergen.



Gambar 5.17.c Vektor parameter hasil simulasi pengatur MRAC dengan asumsi vektor parameter konvergen

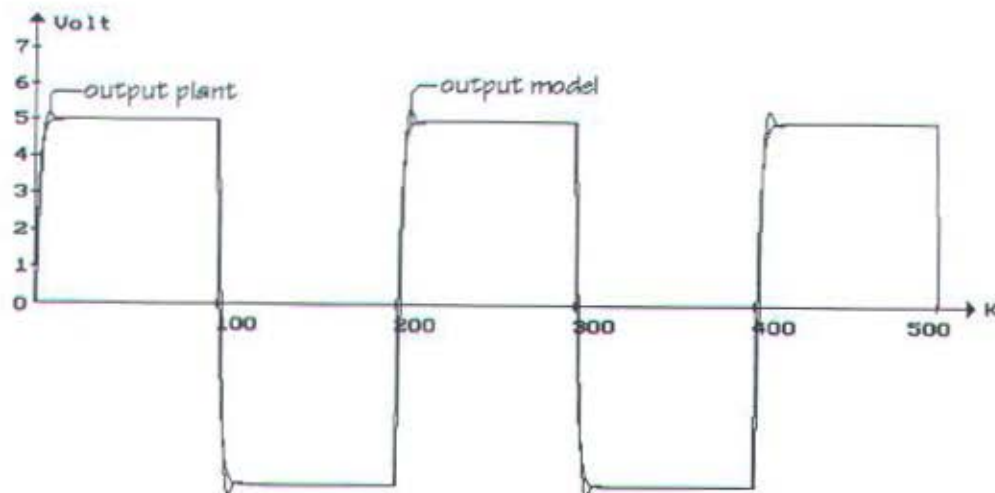


### V.3.3 Perbandingan Dengan Hasil Pengatur Digital PID

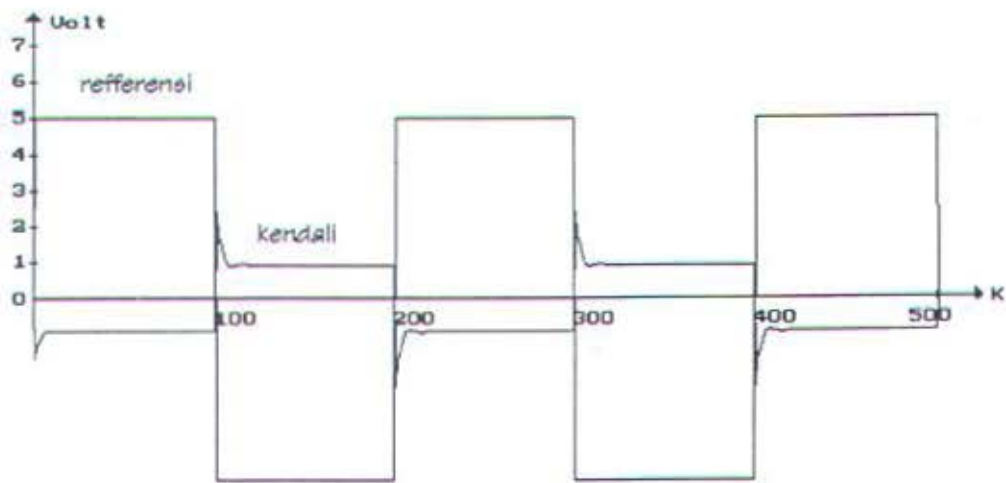
Pemilihan pengatur PID sebagai pembanding dilakukan dengan asumsi sistem pengatur digital PID sudah banyak digunakan dalam industri. Dan dari hasil perbandingan ini diharapkan sistem pengatur eksplisit MRAC minimal dapat menyamai kemampuan dari sistem pengatur digital PID, sehingga sistem pengatur adaptif eksplisit MRAC juga dapat dinyatakan layak untuk dioperasikan pada sistem kemudi otomatis kapal selam secara real.

Pengatur PID yang digunakan dirancang dengan menggunakan metoda *Pole Placement* dengan struktur mengatur R-S-T yang mana algoritma programnya dapat dilihat pada gambar 5.18.

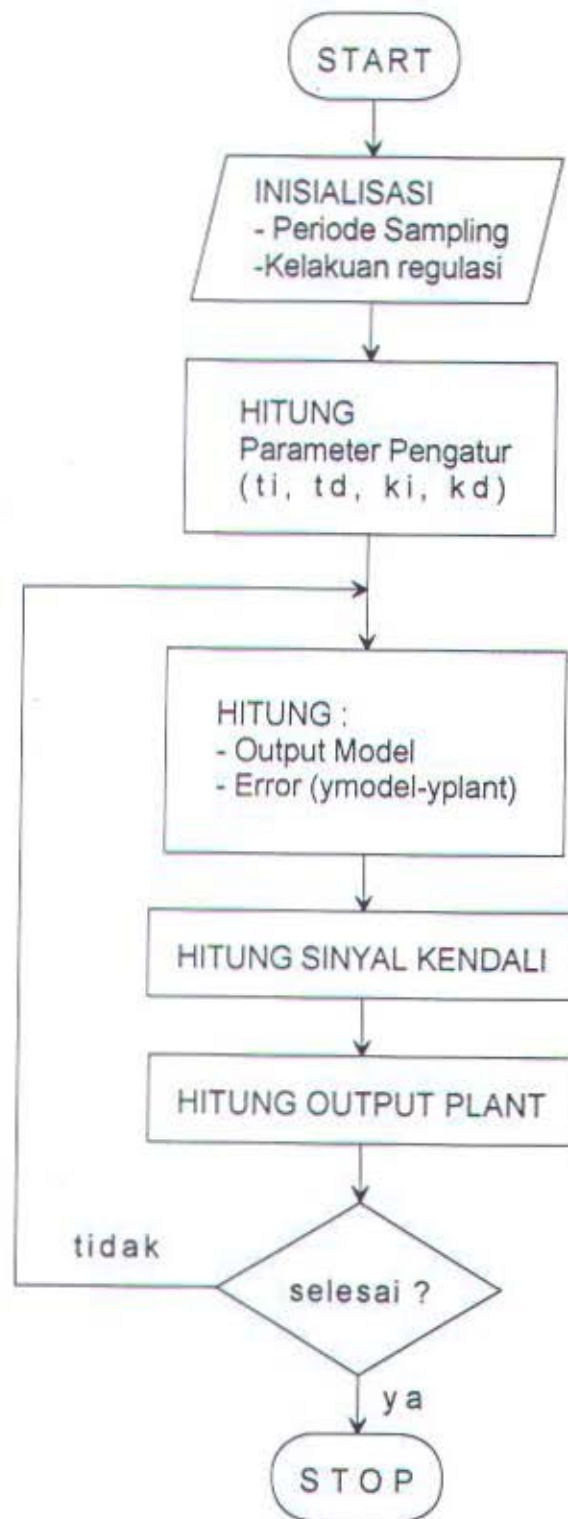
Dalam perancangannya harga dari model, model plant, kelakuan regulasi dan periode pencacahan sama dengan harga-harga yang digunakan pada perancangan sistem pengatur adaptif.



Gambar 5.18.a. Sinyal output hasil simulasi PID



Gambar 5.3.b. Sinyal kendali hasil simulasi PID



Gambar 5.19. Diagram alir simulasi pengatur digital PID

## BAB VI

### PENUTUP

#### VI.1. KESIMPULAN

Dari hasil pembahasan dan analisa kestabilan mengenai gerakan kapal selam, dapat disimpulkan bahwa :

1. Hasil analisa yang dilakukan terhadap kapal selam model didapatkan batas perubahan massa yang dapat ditoleransi adalah 1,25 sampai dengan 2,75 slug, panjang 3,25 sampai dengan 8,5 feet, dan draft 0,109 sampai 0,533 feet agar sistem tetap stabil.
2. Analisa stabilitas dan analisa pengendalian gerak kapal selam dengan menggunakan metode ruang keadaan mengefisienkan penggunaan waktu dan mengurangi kekurangan telitian perhitungan.
3. Perancangan dan analisa gerakan model sistem kemudi kapal selam yang dibahas pada buku ini, masih merupakan studi awal. Dengan demikian masih diperlukan suatu kajian dan penelitian lanjutan agar dapat dipergunakan untuk melakukan simulasi untuk perancangan dan pembuatan kapal selam.
4. Pada perancangan pengatur adaptif Eksplisit MRAC model dari sistem yang diatur didapatkan dari spesifikasi sistem yang diinginkan. Hal ini menyebabkan keluaran plant selalu sesuai dengan spesifikasi yang diinginkan. Dengan kata lain sistem pengatur adaptif dapat mempertahankan kinerja dari sistem yang diinginkan.



## VI.2. SARAN

Agar hasil perancangan model kestabilan dan sistem pengendalian gerak dapat disimulasikan dan dianalisa dengan data-data uji gerak kapal selam, maka program simulasi dan analisa yang telah dibahas pada tugas akhir ini dapat dikembangkan dengan menggunakan program simulasi dan analisa yang lebih optimal, serta dicoba juga untuk analisa dari model yang nonlinier (sistem kemudi otomatis yang lebih kompleks).

Dengan demikian akan diperoleh data-data hasil simulasi dan analisa model sistem pengendali gerak kapal selam yang dapat dipakai sebagai data tambahan yang akan sangat membantu dalam perancangan pembuatan kapal selam sebenarnya.

TABEL TRANSFORMASI - Z DENGAN ZERO ORDER HOLD (ZOH)

$H(s)$	$H(z^{-1})$
$\frac{1}{s}$	$\frac{T_s z^{-1}}{1 - z^{-1}}$
$\frac{G}{1 + sT}$	$\frac{b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}}$ $b_1 = G(1 - e^{-T_s/T})$ $a_1 = -e^{-T_s/T}$
$\frac{Ge^{-sL}}{1 + sT}$	$\frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1}}$ $b_1 = G(1 - e^{-(L-T_s)/T})$ $b_2 = Ge^{-T_s/T}(e^{L/T} - 1)$ $a_1 = -e^{-T_s/T}$ $L < T_s$
$\frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$	$\frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$ $b_1 = 1 - \alpha\left(\beta + \frac{\zeta\omega_0}{\omega}\delta\right)$ $b_2 = \alpha^2 - \alpha\left(\frac{\zeta\omega_0}{\omega}\delta - \beta\right)$ $a_1 = -2\alpha\beta$ $a_2 = \alpha^2$
	$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}; (\zeta < 1)$ $\alpha = e^{-\zeta\omega_0 T_s}$ $\beta = \cos \omega T_s$ $\delta = \sin \omega T_s$

### ALGORITMA U-D FAKTORISASI

Untuk memperbaiki faktor ketelitian dalam perhitungan sistem adaptif maka dalam penyusunan program algoritma adaptasi parameternya dipakai metoda U-D faktorisasi yang dipublikasikan oleh Biermen dan Thornton pada tahun 1977.

Dalam penyusunan algoritma Matrik gain adaptasi didasarkan pada usaha untuk memecahkan persamaan koreksi gain adaptasi error.

$$P(t) = [I - K(t) \phi(t)] P(t-1) \quad \text{..... (A.1)}$$

dan diinginkan nilai dari persamaan A.1 sama dengan persamaan A.2

$$P(t-1) = U(t-1) D(t-1) U(t-1). \quad \text{..... (A.2)}$$

dimana U adalah matriks Segitiga atas dengan elemen diagonalnya bernilai satu dan D adalah matrik diagonal.

Algoritma faktorisasi U-D di atas dapat digunakan untuk memecahkan persamaan A.1 dan A.2, dengan cara memecah persamaan-persamaan tersebut menjadi,

$$\varepsilon(i) = y - \phi(i)^T \theta(i) \quad \text{..... (A.3)}$$

$$R_e(i) = \phi(i) P(i-1) \phi(i) + R_v(i) \quad \text{..... (A.4)}$$

$$K(i) = \frac{P(i-1) \phi(i)}{R_e(i)} \quad \text{..... (A.5)}$$

$$\theta(i) = \theta(i-1) + K(i) \varepsilon(i) \quad \text{..... (A.6)}$$

$$P(i) = (I - K(i) \phi(i)) P(i-1) \quad \text{..... (A.7)}$$

di mana

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix} ; \quad K = [k_1 \quad k_2 \quad k_n]$$

$R_v = \text{diag}[R_v(1) \dots R_v(n)]$  ;  $R_e = \text{diag}[R_e(1) \dots R_e(n)]$  sehingga persamaan A.1 dapat dituliskan dalam bentuk U-D faktorisasi berikut :

$$U(t) D(t) U(t) = U(t-1) D(t-1) U(t-1) - K(i)\phi(i) [U(t-1)D(t-1)U(t-1)] \dots (A.8)$$

di mana

$$K_i = \frac{P(i-1)\phi(i)}{Re(i)} = \frac{[U(i-1)D(i-1)U(i-1)]\phi(i)}{Re(i)} \dots (A.9)$$

dengan mensubsitusikan persamaan A.9 ke persamaan A.8 dan memfaktorkan U akan diperoleh

$$U(t) D(t) U(t) = U(t-1) \left[ D(t-1) - \frac{U(t-1)D(t-1)U(t-1)}{Re(i)} \right] [x [\phi(i) U(t-1) D(t-1)] U(t-1)] \dots (A.10)$$

didefinisikan bahwa

$$s = D(t-1)U(t-1) \phi(i) \dots (A.11)$$

sehingga persamaan A.10 dapat dituliskan dalam bentuk persamaan berikut

$$U(t) D(t) U(t) = U(t-1) \left[ D(t-1) - \frac{s s^T}{Re(i)} \right] \dots (A.12)$$

dan didefinisikan juga bahwa

$$s = D(t-1)h = [s(1) \dots s(n)] \dots (A.13)$$

$$h = U(t-1) f(i) = [h(1) \dots h(n)] \dots (A.14)$$

dari notasi-notasi di atas, maka diperoleh algoritma U-D faktorisasi berikut,

untuk  $j = 1$ , maka didapat :

$$\alpha = s(1) h(1) + Rv(1) \dots (A.15)$$

$$d_1(i) = \frac{d(i-1)Rv(1)}{\alpha_1} \dots (A.16)$$

$$K(1) = s(1) \dots (A.17)$$

dan untuk  $j = 2$  sampai dengan  $n$  secara rekursif diperoleh

$$\alpha_j = \alpha_{j-1} + s(j) h(j) \dots (A.18)$$

$$d_j(i) = \frac{d_{j-1}(i) \alpha_{j-1}}{\alpha_j} \dots (A.19)$$

$$K_j = s_j \dots (A.20)$$

$$P_j = \frac{-h(j)}{\alpha_{j-1}} \dots (A.21)$$

untuk  $i = 1 \dots j - 1$

$$U_{ij}(t) = U_{ij}(t-1) + K_i P_j \dots (A.22)$$

$$K_i = K_i + U_{ij}(t-1) s_j \dots (A.23)$$



$$Re = \alpha_n \dots\dots\dots (A.24)$$

$$P_j = \frac{K_i}{Re(i)} \dots\dots\dots (A.25)$$

dan

$$D(t) = \text{diag} [d_i(t)], \text{ untuk } i = 1 \dots n \dots\dots\dots (A.26)$$

di mana

$$U(t) = [U_{ij}(t)] \dots\dots\dots (A.27)$$

nilai-nilai Matrik Gain Adaptasi  $F(t)$  dan Gain Filter Kalman  $k(t)$  digunakan untuk meng-up-date algoritma adaptasi.

## LEMMA INVERS MATRIK

Misalkan A, B, C dan D adalah matrik yang masing-masing mempunyai elemen yang saling kompatibel (dapat digabungkan) sedemikian rupa, sehingga hasil kali BCD dan penjumlahan A+BCD ada, maka :

$$\left[ A + BCD \right] = A^{-1} - A^{-1}B \left[ D A^{-1} B + C^{-1} \right] D A^{-1}$$

Persamaan di atas dapat dibuktikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} [A + BCD] [A^{-1} - A^{-1}B [C^{-1} + DA^{-1}B]^{-1} DA^{-1}] \\ &= I + BCDA^{-1} - B[C^{-1} + DA^{-1}B]^{-1} DA^{-1} - BCDA^{-1}B[C^{-1} + DA^{-1}B]^{-1} DA^{-1} \\ &= I + BCDA^{-1} - BC[C^{-1} + DA^{-1}B] [C^{-1} + DA^{-1}B]^{-1} DA^{-1} \\ &= I + BCDA^{-1} - BCDA^{-1} \\ &= I \end{aligned}$$

## PARAMETER MASUKAN

NOTASI UMUM	NOTASI KOMPUTER	DEFINISI DAN SATUAN
m	SHM	Massa Kapal Selam, slug
L	PAN	panjang Kapal Selam, feet
T	BUO	buoyancy Kapal Selam, feet
$\rho$	RHO	massa jenis air laut, slug/ft <sup>3</sup>
$I_x$	SMIX	momen inersia sekitar sumbu x, slug ft <sup>2</sup>
$I_z$	SMIZ	turunan gaya side-slip terhadap kecepatan side-slip
$Y'_v$	CYV	turunan gaya side-slip terhadap kecepatan sudut yawing
$Y'_r$	CYR	turunan gaya side-slip terhadap kecepatan sudut rolling
$Y'_p$	CYP	turunan momen yawing terhadap kecepatan side-slip
$N'_v$	CNV	turunan momen yawing terhadap kecepatan sudut yawing
$N'_r$	CNR	turunan momen yawing terhadap kecepatan sudut rolling
$N'_p$	CNP	turunan momen rolling terhadap kecepatan side-slip
$L'_v$	CLV	turunan momen rolling terhadap kecepatan side-slip
$L'_r$	CLR	turunan momen rolling terhadap kecepatan sudut yawing
$L'_p$	CLP	turunan momen rolling terhadap kecepatan sudut rolling
$Y'_{\delta_R}$	CLDR	turunan gaya side-slip terhadap sudut rudder
$N'_{\delta_R}$	CNDR	turunan momen yawing terhadap sudut rudder
$L'_{\delta_R}$	CLDR	turunan momen rolling terhadap sudut rudder

## KUANTITAS NON DIMENSIONAL GERAK LATERAL

Bentuk Berdimensi	Faktor Pembagi	Bentuk Tak Berdimensi
$m$	$1/2 \rho L S_L$	$m'$
$v$	$U$	$v'$
$r$	$U/L$	$r'$
$p$	$U/L$	$p'$
$\dot{v}$	$U^2/L$	$\dot{v}'$
$\dot{r}$	$U^2/L^2$	$\dot{r}'$
$\dot{p}$	$U^2/L^2$	$\dot{p}'$
$Y$	$1/2 \rho U^2 S_L$	$Y'$
$Y_v$	$1/2 \rho U S_L$	$Y_v'$
$Y_r$	$1/2 \rho U S_L L$	$Y_r'$
$Y_p$	$1/2 \rho U S_L L$	$Y_p'$
$Y\delta_R$	$1/2 \rho U^2 S_L$	$Y'\delta_R$
$N$	$1/2 \rho U^2 S_L L$	$N'$
$N_v$	$1/2 \rho U S_L L$	$N_v'$
$N_p$	$1/2 \rho U S_L L^2$	$N_p'$
$N_r$	$1/2 \rho U S_L L^2$	$N_r'$
$N\delta_R$	$1/2 \rho U^2 S_L L$	$N'\delta_R$
$L$	$1/2 \rho U^2 S_L L$	$L$
$L_v$	$1/2 \rho U S_L L$	$L_v$
$L_r$	$1/2 \rho U S_L L^2$	$L_r$
$L_p$	$1/2 \rho U S_L L^2$	$L_p$
$L\delta_R$	$1/2 \rho U^2 S_L L$	$L'\delta_R$
$I_x$	-	$I_x = m' k_x'^2$
$I_z$	-	$I_z = m' k_z'^2$
$t$	$L / 2U$	$T$ (waktu)



Dengan catatan bahwa :

$U$  = kecepatan kapal selam.

$S_L$  = luas lateral kapal selam ( $= L / T$ ).

$L$  = panjang kapal selam.

$T$  = buoyancy kapal selam.

### Representasi Ruang Keadaan

Untuk memudahkan analisa dengan menggunakan program komputer, persamaan (2-81a), (2-81b) dan (2-81c) dinyatakan dalam bentuk persamaan "Ruang Keadaan" yang mempunyai bentuk :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}$$

dengan :

$\mathbf{x}$  = perubah keadaan ( $n \times 1$ )

$\mathbf{u}$  = perubah pengendali ( $m \times 1$ )

$\mathbf{A}$  = matriks koefisien perubah keadaan ( $n \times n$ )

$\mathbf{B}$  = matriks koefisien perubah pengendali ( $n \times m$ )

Jika dimisalkan pada persamaan (2-81a), (2-81b) dan (2-81c) bahwa :

$$AD = \frac{\rho L^2 T}{2 m}$$

$$AE = \frac{\rho L^4 T}{2 I_z}$$

$$AF = \frac{\rho L^4 T}{2 I_x}$$

maka persamaan (2-81a), (2-81b), (2-81c) berubah menjadi :

$$\dot{v}' = (AD Y_v') v' + ((AD Y_r') - 1) r' + (AD Y_p') p' + (AD Y' \delta_R) \delta_R \quad (2-81a)$$

$$\dot{r}' = (AE N_v') v' + (AE N_r') r' + (AE N_p') p' + (AE N' \delta_R) \delta_R \quad (2-81b)$$

$$\dot{p}' = (AF L_v') v' + (AF L_r') r' + (AF L_p') p' + (AF L' \delta_R) \delta_R \quad (2-81c)$$

Dan representasi "ruang keadaan" dari gerakan lateral kapal selam adalah :

$$\begin{bmatrix} \dot{v}' \\ \dot{r}' \\ \dot{p}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v' AD & Y_r' AD - 1 & Y_p' AD \\ N_v' AE & N_r' AE & N_p' AE \\ L_v' AF & L_r' AF & L_p' AF \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v' \\ r' \\ p' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y' \delta_k AD \\ N' \delta_k AE \\ L' \delta_k AF \end{bmatrix} [\delta_R]$$

dengan :

$$A = \begin{bmatrix} Y_v' AD & Y_r' AD - 1 & Y_p' AD \\ N_v' AE & N_r' AE & N_p' AE \\ L_v' AF & L_r' AF & L_p' AF \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} Y' \delta_R AD \\ N' \delta_R AE \\ L' \delta_R AF \end{bmatrix}$$

Turunan gaya dan momen hidrodinamik dari matriks koefisien perubah keadaan **A** dan matrik perubah pengendali **B** tersebut dapat diperoleh melalui perhitungan maupun percobaan.



**Analisa Stabilitas dan Pengendalian Dengan Perhitungan**

**Dari Suatu Kumpulan Data Fiktif**

Untuk keperluan analisa pada saat kapal selam dalam keadaan tunak mengapung, digunakan kumpulan data fiktif sebagai berikut :

SHM	= 1	(slug)
PAN	= 2	( FT )
BUO	= 1,5	( PT )
RHO	= 1	(slug / ft <sup>3</sup> )
SMIZ	= 3	(slug ft <sup>2</sup> )
SMIX	= 4	(slug ft <sup>2</sup> )
CYV	= 0	(rad <sup>-1</sup> )
CNV	= 0	(rad <sup>-1</sup> )
CLV	= -2	(rad <sup>-1</sup> )
CYR	= 2/3	(rad <sup>-1</sup> )
CNR	= 0	(rad <sup>-1</sup> )
CLR	= -11/3	(rad <sup>-1</sup> )
CYP	= 0	(rad <sup>-1</sup> )
CNP	= 0,25	(rad <sup>-1</sup> )
CLP	= -2	(rad <sup>-1</sup> )
CYDR	= 2/3	(rad <sup>-1</sup> )
CNDR	= 0,75	(rad <sup>-1</sup> )
CLDR	= 1/3	(rad <sup>-1</sup> )



Dengan berdasarkan persamaan (2-81a), (2-81b), (2-81c) dapat ditentukan besarnya masing-masing elemen-elemen matriks **A** dan matriks **B** untuk kumpulan data fiktif tersebut seperti di bawah ini :

$$A = \begin{bmatrix} Y'_{VAD} & Y'_{RAD} - 1 & Y'_{PAD} \\ N'_{VAE} & N'_{RAE} & N'_{PAE} \\ L'_{VAF} & L'_{RAF} & L'_{PAF} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} Y'_{RAD} \\ N'_{RAE} \\ L'_{RAF} \end{bmatrix}$$

dengan :  $AD = \frac{RHO \cdot PAN^2 \cdot BUO}{2 \cdot SHM}$

$$AE = \frac{RHO \cdot PAN^4 \cdot BUO}{2 \cdot SMIZ}$$

$$AF = \frac{RHO \cdot PAN^4 \cdot BUO}{2 \cdot SMIX}$$

akan diperoleh bahwa :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Sepeti yang telah diuraikan pada bagian II.2. untuk keperluan analisa stabilitas digunakan persamaan (2-7).

Jika

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix}$$

maka besarnya determinan  $(sI - A)$  adalah :

$$\begin{aligned} |sI - A| &= \begin{vmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ 6 & 11 & s+6 \end{vmatrix} \\ &= s^3 + 6s^2 + 11s + 6 \end{aligned}$$

dan karakteristik polinomialnya :

$$s^3 + 6s^2 + 11s + 6 = 0$$

Hingga didapat eigenvalue dari karakteristik polinomial tersebut yang besarnya :

$$s_1 = -2$$

$$s_2 = -3$$

$$s_3 = -1$$

Karena ketiga eigenvalue ini mengandung bilangan riil yang bernilai negatif, maka model tersebut merupakan sistem yang stabil.

Sedangkan untuk keperluan analisa respons waktu digunakan persamaan

(2-6).

$$\text{Jika } \underline{B} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad |sI - A| = \begin{vmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ 6 & 11 & s+6 \end{vmatrix}$$

dan untuk menentukan invers dari matriks  $(sI - A)$ , digunakan rumus :

$$(sI - A)^{-1} = \frac{\text{Adj}(sI - A)}{|sI - A|}$$

dengan

Adjoint  $\left( s \underline{I} - \underline{A} \right) =$  transpos dari matriks kofaktor akan diperoleh bahwa :

$$\left( s \underline{I} - \underline{A} \right)^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} s^2 + 6s + 11 & s + 6 & 1 \\ -6 & s^2 + 6s & s \\ -6s & -11s - 6 & s^2 \end{bmatrix}$$

dan

$$\left( s \underline{I} - \underline{A} \right)^{-1} \underline{B} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} 2s^2 + 15s + 41 \\ 3s^2 + 19s - 12 \\ s^2 - 45s - 18 \end{bmatrix}$$

dengan :

$$\Delta = \left| s \underline{I} - \underline{A} \right| = (s+1)(s+2)(s+3)$$

Sesuai dengan persamaan (2-6) , maka respons waktu dari model tersebut di atas untuk amplitudo masukan step kemudi sebesar 1 radian adalah :

$$\begin{bmatrix} V(t) \\ R(t) \\ P(t) \end{bmatrix} = L^{-1} \begin{bmatrix} \frac{2s^2 + 15s + 41}{(s+1)(s+2)(s+3)s} \\ \frac{3s^2 + 19s - 12}{(s+1)(s+2)(s+3)s} \\ \frac{s^2 - 45s - 18}{(s+1)(s+2)(s+3)s} \end{bmatrix}$$

Bila bentuk ini dijabarkan akan diperoleh respons waktu dalam bentuk yang sederhana .

$$\begin{bmatrix} V(t) \\ R(t) \\ P(t) \end{bmatrix} = L^{-1} \begin{bmatrix} \frac{6,833}{s} - \frac{13,999}{s+1} + \frac{9,499}{s+2} - \frac{2,333}{s+3} \\ -\frac{2}{s} + \frac{14}{s+1} - \frac{19}{s+2} + \frac{7}{s+3} \\ -\frac{3}{s} - \frac{32}{s+1} + \frac{74}{s+2} - \frac{39}{s+3} \end{bmatrix}$$

Invers transformasi Laplacanya, diperoleh bahwa :

$$V(t) = 6,833 - 13,999 e^{-t} + 9,499 e^{-2t} - 2,333 e^{-3t}$$

$$R(t) = -2 + 14 e^{-t} - 19 e^{-2t} + 7 e^{-3t}$$

$$P(t) = -3 + 32 e^{-t} + 74 e^{-2t} - 39 e^{-3t}$$



## RIWAYAT HIDUP

Arif Hermawan dilahirkan di Nganjuk pada tanggal 14 April 1969.

Pendidikan yang telah ditempuh adalah sebagai berikut :



1. SDN Mangundikaran I Nganjuk,  
Lulus pada tahun 1981.
2. SMP Negeri I Nganjuk,  
Lulus pada tahun 1984.
3. SMA Negeri I Nganjuk,  
Lulus pada tahun 1987.
4. Sempat kuliah di Teknik Penyehatan ITS selama  
1 tahun.

Pada bulan Agustus 1996 mengikuti seminar dan ujian Tugas Akhir bidang studi Teknik Sistem Pengaturan, jurusan Teknik Elektro FTI ITS sebagai salah satu persyaratan memperoleh gelar sarjana teknik elektro.